

Dördey Koordinatlarda Modellenmiş Bir Hava Aracının Krasovskii Pasifliğine Dayalı Kısmi Geri Beslemeli Geri Adımlamalı Kontrolü

Krasovskii Passivity-based Partial Feedback Backstepping Control of An Aerial Vehicle Modeled in Quaternion Coordinates

Eray Özkurt ¹, Yaprak Yalçın ²

¹Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak/İstanbul
ozkurt19@itu.edu.tr

² Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak/İstanbul
yalciny@itu.edu.tr

Özetçe

Bu bildiride altı rotorlu Hexacopter hava aracının ötelemeli ve açılmal konum kontrolü problemi ele alınmıştır. Hava aracının lineer olmayan dinamik modelinin on iki durum denklemi içermesi sebebiyle Hexacopter öklidyen koordinatlar yerine dört boyutlu hiper karmaşık uzayda dördey koordinatlar ile modellenmiştir. Hexacopter hava aracının hem rotasyon hem de öteleme hareketlerinin hız ölçerlerin bulunmadığı kısmi geri beslemeli kontrolü için Krasovskii pasifliğine dayalı kısmi durum geri beslemeli (ölçülemeyen ötelemeli ve açılmal hızlara bağlı fonksiyonlar için kestirici içeren) çift katmanlı geri adımlamalı kontrol yöntemi önerilmiştir. Önerilen kontrol yöntemi ile tasarlanan Hexacopter'in kontrolörünün performansı MATLAB/SIMULINK yazılımında test edilmiştir. Önerilen kontrol yöntemi sayesinde hava aracı rotasyon ve öteleme hareketlerini başarıyla gerçekleştirilmiştir.

Abstract

In this paper, the translational and rotational motion control problem of a six-rotor Hexacopter aerial vehicle is considered. Since the nonlinear dynamic model of the aerial vehicle contains twelve state equations, Hexacopter is modeled by using quaternion coordinates in four-dimensional hypercomplex space instead of Euclidean coordinates. For partial feedback control of both rotational and translational motions without speedometers, a Krasovskii passivity based partial state-feedback (containing an estimator for the functions that depend on unmeasurable translational and angular velocities) double-layer backstepping control method is proposed. The performances of Hexacopter's controllers, designed by the proposed control method, is tested in MATLAB/SIMULINK software. Simulation results depicted that the proposed control method yields a good performance in generating the air vehicle's rotational and translational motions.

1. Giriş

Hava araçlarındaki insan faktörünü azaltma isteği havacılık alanının bambaşka bir noktaya evrilmesine sebep oldu. Bu istek özellikle son 20 yılda insansız hava araçlarını hem akademik alanda hem de endüstri alanında popülerleştirip geliştirdi. Bu bildiride insansız hava aracı olarak Hexacopter tercih edilmiştir. Literatürde Hexacopter'in modellenmesi, yükseklik ve davranış kontrolü üzerine çeşitli çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmalarda, Hexacopter'in hem modellenmesi hem de yükseklik ve davranış kontrolü için farklı metodolojiler önerilmiştir. Literatürdeki çoğu çalışma Hexacopter'in Euler açıları ile modellenmesine dayanır. [1]'deki çalışmada, VTOL tipi altı rotorlu insansız hava aracının Newton-Euler yöntemi kullanılarak detaylı bir matematiksel modeli sunulmuştur. Bu aracın yüksekliğinin, davranışının ve konumunun kontrolü için PID kontrolör, geri adımlamalı kontrolör ve kayan kipli kontrolör (SMC) uygulanmıştır. [2]'deki çalışmada, Hexacopter Newton-Euler yöntemi ile modellenmiştir ve Hexacopter'in irtifa kontrolü için durum kestirimi yöntemini ve öngörülü kontrol yöntemini uygulamıştır. [3]'deki çalışmada, ele alınan Microcopter altı rotorludur ve Microcopter'in matematiksel modeli hem Newton-Euler denklemleri hem de Euler-Lagrange denklemleri kullanılarak iki farklı şekilde elde edilmiştir. Euler açıları ile yapılan modellemelerde rotasyon tekillik problemi içerdiği için bu çalışmada dördey formülasyonu ve dördeylere dayalı PD kontrolör kullanılmıştır. [4]'deki çalışmada, tekillik problemi nedeniyle Euler açıları yerine dördey formülasyonu tercih edilmiştir. Hem matematiksel model hem de kontrolör dördeyler formülasyonu cinsinden tanımlanmıştır. Hexacopter'in yörünge kontrolü için PID kontrolör uygulanmıştır. [5]'deki çalışmada, bir Quadrotor Euler açıları yerine dördey koordinatlar ile modellenmiştir. Bu çalışmanın asıl katkısı Quadcopter sisteminin sadece durum geri beslemeleri kullanılarak kararlı kılınabilecek iki alt lineer sisteme ayrılmasıdır. [6] ve [7]'deki makalelerde, dört rotorlu bir insansız hava aracının kontrolü için pasifliğe dayalı uyarlamalı geri adımlamalı kontrol yöntemi önerilmiştir. [6]'da dört rotorlu hava aracının kütesinin tam olarak bilinmediği,

[7]'de ise hem kütesinin ve hem eylemsizlik momentinin tam olarak bilinmediği varsayılarak bu parametrelerin kestirimi yapılmıştır. Söz konusu çalışmalarda Newton-Euler denklemleri ve standart pasiflik tanımları kullanılmış, tam durum geribeslemeli durum için kontrolör tasarımları gerçekleştirilmiştir.

Bu bildiride, altı rotorlu bir Hexacopter hava aracının öteleme ve açılal konum kontrol probleminin çözümü için yeni bir kısmi geri-beslemeli pasifliğe dayalı doğrusal olmayan kontrol yöntemi önerilmiştir. Göz önünde bulundurulmuş hava aracının lineer olmayan dinamik modeli, on iki durum denklemi içerdiğinden, Hexacopter öklidyen koordinatlar yerine daha az sayıda denklemle çalışmaya olanak sağlayan dört boyutlu hiper karmaşık uzayda dördey koordinatları kullanılarak modellenmiştir. Dördey koordinatlardaki sistem modeli temel alınarak Hexacopter hava aracının rotasyon ve öteleme hareketlerinin kontrolü için, hız ölçerlerin bulunmadığı durum için Krasovskii pasifliğine dayalı kısmi durum geri beslemeli (ölçülemeyen öteleme ve açılal hızlara bağlı fonksiyonlar için tahminleyici içeren) çift katmanlı geri adımlamalı kontrol yöntemi önerilmiştir. Önerilen kontrolörün performansı MATLAB/SIMULINK ortamında test edilmiştir.

Bildirinin izleyen bölümleri şu şekilde yapılandırılmıştır. Bölüm 2.1'de Dördeyler hakkında bilgiler verilmiş, Bölüm 2.2'de hava aracının durum denklemleri elde edilmiş, Bölüm 3.1 ve 3.2'de rotasyon ve öteleme hareketleri için kontrolör tasarımları gerçekleştirilmiş, Bölüm 4'de benzetim sonuçları verilmiş ve Bölüm 5'de bildirinin sonuçlarında bahsedilmiştir.

2.1 Dördeyler ve Dördey Cebiri

Matematikte dördeyler, bir reel ve üç sanal kısımdan meydana gelirler ve üç temel birim vektöre sahiptirler [8]. Denklem (1)'de bir dördey gösterilmektedir.

$$q = a + bi + cj + dk \quad (1)$$

Bu denklemdeki a, b, c, d katsayıları reel sayılardır ve $\{i, j, k\}$ dördeyin birim vektörleridir. Birim vektörler aşağıdaki gibidir:

$$i = (1,0,0), \quad j = (0,1,0), \quad k = (0,0,1) \quad (2)$$

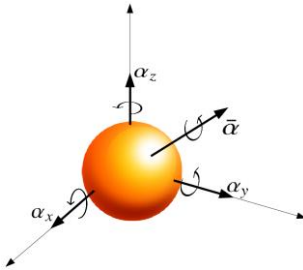
Karmaşık sayıların genişletilmiş bir hali olan dördeyler denklem (1)'deki gösterime alternatif olarak denklem (3)'teki gibi bir skaler ve bir vektörel kısımdan oluşacak şekilde de gösterilebilirler.

$$q = q_0 + \bar{q} \in \mathbb{H} \quad (3)$$

Dördeyin skaler kısmı $q_0 = a \in \mathbb{R}$ ve dördeyin vektörel kısmı $\bar{q} = bi + cj + dk \in \mathbb{R}^3$ dir. Dördeyler bu gösterimlere alternatif olarak denklem (4)'teki gibi bir vektör olarak da gösterilebilirler.

$$q = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \in \mathbb{H} \quad (4)$$

Şekil 1'de dördey uzayındaki x, y, z eksenlerindeki rotasyonları gösteren bir $\bar{\alpha} = [\alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_z]^T$ vektörü gösterilmektedir.



Şekil 1: Dördey uzayında bir vektörün gösterimi [8].

Bu vektörün büyüklüğü ve birim vektörü aşağıda gösterilmektedir.

$$\alpha = \|\bar{\alpha}\|, \quad \bar{u} = \frac{\bar{\alpha}}{\|\bar{\alpha}\|} \quad (5)$$

Logaritmik haritalama kullanılarak bir dördeyden $\bar{\alpha}$ vektörüne geçiş yapılabilir. Bu geçiş denklem (6)'da gösterilmektedir.

$$\bar{\alpha} = 2 \ln q \quad (6)$$

Dördeylerde toplama işlemi denklem (7)'deki gibi yapılır.

$$q + r = q_0 + r_0 + \bar{q} + \bar{r} \quad (7)$$

Dördeylerde çarpma işlemi denklem (8)'deki gibi yapılır ve dördeylerin çarpımında yer değiştirme özelliği yoktur.

$$q \otimes r = \begin{bmatrix} q_0 r_0 - \bar{q} \cdot \bar{r} \\ q_0 \bar{r} + r_0 \bar{q} + \bar{q} \times \bar{r} \end{bmatrix}, \quad q \otimes r \neq r \otimes q \quad (8)$$

Bir dördeyin eşleniği denklem (9)'daki gibi bulunur.

$$q^* = q_0 - \bar{q} \quad (9)$$

Dördeyin normunun karesi denklem (10)'daki gibi bulunur.

$$\|q\|^2 = q \otimes q^* = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \quad (10)$$

Bir dördeyin tersi denklem (11)'deki gibi bulunur.

$$q^{-1} = \frac{q^*}{\|q\|} \quad (11)$$

Denklem (12)'de gösterildiği gibi bir dördeyin kendisinin tersi ile çarpımı bire eşittir.

$$q \otimes q^{-1} = q^{-1} \otimes q = 1 \quad (12)$$

Bir v vektörünün bir referans koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine rotasyonu dördeyler ile aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$v' = q^* \otimes v \otimes q \quad (13)$$

2.2 Hexacopter'in Matematiksel Modeli

Dördey uzayında tanımlanan ve eksenlerindeki rotasyon açılarını gösteren $\bar{\alpha} = [\alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_z]^T$ vektörünün türevi olan $\dot{\bar{\alpha}}$ vektörü rotasyonel hızı yani dördey uzayındaki açılal hızı temsil etmektedir. Bu bölümde $\bar{\alpha}$ ve $\dot{\bar{\alpha}}$ vektörlerini kullanarak Hexacopter'in rotasyon hareketini tanımlayan durum denklemlerini aşağıdaki gibi elde edelim.

$$\dot{x}_1 = \dot{\alpha} = x_2 \quad (14)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\alpha} = \omega \quad (15)$$

Hexacopter'e uygulanan toplam tork aşağıda gösterilmektedir.

$$\tau = J\dot{\omega} + \omega \times J\omega \quad (16)$$

Bu durumda, Hexacopter'in rotasyon dinamiği denklem (17)'deki gibidir.

$$\dot{x}_r = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ J^{-1}(\tau - \omega \times J\omega) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Hexacopter'in öteleme dinamiğini elde etmek için biri yeryüzünde diğeri Hexacopter'in kütle merkezi üzerinde olmak üzere iki adet koordinat sistemi tanımlayalım ve denklem (18)'de gösterildiği gibi Newton'un 2.yasasını uygulayalım. Bu denklemdeki F sembolü Hexacopter'e etki eden toplam kuvveti temsil etmektedir. Aynı denklemdeki v_B sembolü ise Hexacopter'in kütle merkezi üzerindeki koordinat sistemine göre aracın hızını göstermektedir. Denklem (19)'daki R sembolü rotasyon matrisini, F_g sembolü yerçekimi kuvvetini ve F_{th} sembolü aracın üzerindeki koordinat sistemine göre toplam itme kuvvetini temsil etmektedir.

$$F = \frac{d}{dt}(mv_B) \quad (18)$$

$$R^T F_g + F_{th} = m\dot{v}_B \quad (19)$$

Buarada $F_g = m\bar{g}$ 'dır. Denklem (19)'un her iki tarafını rotasyon matrisi R ile çarpalım ve denklem (20)'yi elde edelim.

$$F_g + RF_{th} = mR\dot{v}_B \quad (20)$$

Hexacopter'in yeryüzündeki referans koordinat sistemine göre konumu p sembolü ile gösterelim ve bu referans sistemine göre Hexacopter'in ivmesini denklem (21)'deki gibi elde edelim.

$$\ddot{p} = R\dot{v}_B \quad (21)$$

Hexacopter'in koordinat sisteminden referans koordinat sistemine geçildiği için bu rotasyonu denklem (22)'deki gibi tanımlayalım.

$$RF_{th} = \mathbf{q} \otimes F_{th} \otimes \mathbf{q}^* \quad (22)$$

Denklem (21) ve denklem (22) denklem (20)'de yerlerine yazılırsa denklem (24) aşağıdaki gibi elde edilir:

$$m\ddot{p} = F_g + \mathbf{q} \otimes F_{th} \otimes \mathbf{q}^* \quad (23)$$

$$\ddot{p} = \mathbf{q} \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes \mathbf{q}^* + \bar{g} \quad (24)$$

Hexacopter'in öteleme hareketini tanımlamak için p ve \dot{p} vektörleri kullanılırsa durum denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{x}_3 = \dot{p} = x_4 \quad (25)$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{p} = \mathbf{q} \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes \mathbf{q}^* + \bar{g} \quad (26)$$

Bu durumda, Hexacopter'in öteleme dinamiği denklem (27)'deki gibi elde edilir.

$$\dot{x}_t = \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ \mathbf{q} \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes \mathbf{q}^* + \bar{g} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Literatürdeki diğer çalışmalara kıyasla, bu bildiride Hexacopter hava aracının rotasyon ve öteleme hareketlerinin kontrolü için Krasovskii pasifliğe dayalı uyarlamalı çift katmanlı geri adımlamalı kontrol yöntemi önerilmiştir ve uygulanmıştır.

3.1 Rotasyon Hareketi İçin Kontrolör Tasarımı

Bölüm (2.2)'de verilen denklem (19) Hexacopter'in rotasyon hareketini tanımlar. Hexacopter'in rotasyon hareketinin kontrolü iki aşamada gerçekleştirilecektir. İlk aşamada standart geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanıp, daha sonra ilk aşamada elde edilen kapalı çevrim sisteme, sistemi Krasovskii pasif yapacak şekilde geri adımlamalı bir kontrolör tasarımı işlemi gerçekleştirilecektir. [9,10]'daki makalede, Krasovskii ve Shifted pasiflikleri ve bu pasiflik özelliklerine dayalı kontrol yöntemleri tanıtılmıştır. İkinci aşamada ölçülemeyen duruma bağlı fonksiyonlar için kestirim kuralları da oluşturulmuştur. Bu amaçla, birinci hata sinyalinin denklem (28)'deki gibi tanımlayalım:

$$z_1 = x_1 - x_{1,d} \quad (28)$$

Birinci hata sinyalinin türevini alalım.

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1,d} \quad (29)$$

$$= x_2 - \dot{x}_{1,d} \quad (30)$$

Birinci aday Lyapunov fonksiyonunu aşağıdaki gibi seçelim:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T z_1 \quad (31)$$

Seçilen aday Lyapunov fonksiyonunun türevini alalım.

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} (\dot{z}_1^T z_1 + z_1^T \dot{z}_1) \quad (32)$$

Denklem (30)'u, denklem (32)'de yerine yazalım ve denklem (33)'ü elde edelim.

$$= \frac{1}{2} [(x_2^T - \dot{x}_{1,d}^T) z_1 + z_1^T (x_2 - \dot{x}_{1,d})] \quad (33)$$

Seçilen birinci aday Lyapunov fonksiyonunun türevinin sifıra eşit ya da sıfırdan küçük olması için arzu edilen x_2 değerini aşağıdaki gibi seçelim:

$$x_{2,d} = -C_1 z_1 + \dot{x}_{1,d} \quad (34)$$

Böylece, $\dot{V}_1 = -z_1^T C_1 z_1 \leq 0$ sağlanır.

İkinci hata sinyalinin denklem (35)'deki gibi tanımlayalım:

$$z_2 = x_2 - x_{2,d} \quad (35)$$

İkinci hata sinyalinin türevini alalım,

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2,d} \quad (36)$$

$$= J^{-1}(\tau - x_2 \times Jx_2) + C_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_{1,d} \quad (37)$$

Denklem (37)'de x_2 yerine denklem (35)'den yararlanarak $x_{2,d}$ 'yi yazalım ve denklem (38)'i elde edelim.

$$= J^{-1}(\tau - (z_2 + x_{2,d}) \times J(z_2 + x_{2,d})) + C_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_{1,d} \quad (38)$$

Denklem (38)'deki $(z_2 + x_{2,d}) \times J(z_2 + x_{2,d})$ terimi kartezyen çarpımda dağılma özelliğini kullanarak açık olarak denklem (39.b)'deki gibi yazalım.

$$(z_2 + x_{2,d}) \times J(z_2 + x_{2,d}) \quad (39.a)$$

$$= z_2 \times Jz_2 + z_2 \times Jx_{2,d} + x_{2,d} \times Jz_2 + x_{2,d} \times Jx_{2,d} \quad (39.b)$$

Burada z_2 ölçülemediğinden aşağıdaki tanıımı oluşturalım.

$$F_z = z_2 \times Jz_2 + z_2 \times Jx_{2,d} + x_{2,d} \times Jz_2 \quad (40)$$

Bu durumda, \dot{z}_2 denklem (41)'deki gibi elde edilir.

$$\dot{z}_2 = J^{-1}(\tau - (F_z + x_{2,d} \times Jx_{2,d})) + C_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_{1,d} \quad (41)$$

İkinci Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi seçelim.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \quad (42)$$

Seçilen ikinci Lyapunov fonksiyonunun türevini alalım.

$$\dot{V}_2 = -z_1^T C_1 z_1 + z_2^T \dot{z}_2 \quad (43)$$

İkinci aday Lyapunov fonksiyonunun türevinin sifıra eşit ya da sıfırdan küçük olması için arzu edilen τ girişini denklem (44)'deki gibi seçelim:

$$\tau = \hat{F}_z + x_{2,d} \times Jx_{2,d} + J(-C_1 \dot{z}_1 + \ddot{x}_{1,d} - C_2 z_2 + v_e) \quad (44)$$

Denklem (44)'de seçilen τ denklem (41)'de yerine yazılırsa \dot{z}_2 aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\dot{z}_2 = -C_2 z_2 - J^{-1} \hat{F}_z + v_e \quad (45)$$

Elde edilen \dot{z}_2 'ı denklem (43)'deki ikinci Lyapunov fonksiyonunun türevinde yerine yazalım ve denklem (47)'yi aşağıdaki gibi elde edelim.

$$\dot{V}_2 = -z_1^T C_1 z_1 + z_2^T (-C_2 z_2 - J^{-1} \hat{F}_z + v_e) \quad (46)$$

$$= -z_1^T C_1 z_1 - z_2^T C_2 z_2 - z_2^T J^{-1} \hat{F}_z + z_2^T v_e \quad (47)$$

Böylece,

$$\dot{V}_2 = -z_1^T C_1 z_1 - z_2^T C_2 z_2 - z_2^T J^{-1} \hat{F}_z + z_2^T v_e \leq 0 \quad (48)$$

sağlanır. Ayrıca, birinci hata durum denklemini denklem (50)'deki gibi bulunur:

$$\dot{z}_1 = x_2 - \dot{x}_{1,d} = z_2 + x_{2,d} - \dot{x}_{1,d} \quad (49)$$

$$\dot{z}_1 = -C_1 z_1 + z_2 \quad (50)$$

Sonuçta, standart geri adımlamalı kontrol algoritması uygulandığında elde edilen hata dinamiği aşağıdaki gibidir:

$$\dot{z}_1 = -C_1 z_1 + z_2 \quad (51)$$

$$\dot{z}_2 = -C_2 z_2 - J^{-1} \hat{F}_z + v_{e_{12}} \quad (52)$$

Denklem (52)'deki $v_{e_{12}}$ belirsizlikler nedeniyle oluşan kontrol üretim hatasını giderecek terim anlamına gelmektedir ve elde edilen hata dinamiği kontrol üretim hatası, $v_{e_{12}}$, üzerinden

kontrol edilir. Yukarıdaki hata dinamiğinin durum uzayı gösterimi denklem (53)'de gösterilmektedir.

$$\dot{z}_{12} = \begin{bmatrix} -C_1 & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_2 \end{bmatrix} z_{12} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -J^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} v_{e_{12}} \quad (53)$$

Hata dinamiğinin durum uzayı gösterimi aşağıdaki gibi olur:

$$\dot{z}_{12} = \sigma z_{12} + \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} + \eta v_{e_{12}}, y_{12}(z_{12}) = \begin{bmatrix} y_1(z_{12}) \\ y_2(z_{12}) \end{bmatrix} \quad (54)$$

Hata dinamiğine, kontrollör tasarımında bir integral etkisi oluşturmak üzere genişletilmiş hata dinamiğini aşağıdaki gibi oluşturalım.

$$\dot{z}_{12} = f(z_{12}, v_{e_{12}}) \quad (55)$$

$$\dot{v}_{e_{12}} = v_{e_K} \quad (56)$$

$$y_K = h_K(z_{12}, v_{e_{12}}) \quad (57)$$

Genişletilmiş sistemin durum denklemi $f(z_{12}, v_{e_{12}}): R_+ \rightarrow R^6 \times R^3$, girişi $v_{e_K}: R_+ \rightarrow R^3$, çıkışı $y_K: R_+ \rightarrow R^3$ 'dir ve $h_K: R_+ \rightarrow R^6 \times R^3$ sürekli fonksiyonlardır. Hata dinamiği sisteminin bir denge noktasının var olduğunu varsayalım ($f(z_{12}^*, v_{e_{12}}^*) = 0$). Eğer genişletilmiş sistem $y_K^T v_{e_K}$ arz miktarına göre enerji tüketen bir sistem ise ve bir C^1 depolama fonksiyonu $S_K: R^6 \times R^3 \rightarrow R_+$ varsa sistem Krasovskii pasiftir ve bu depolama fonksiyonuna Krasovskii depolama fonksiyonu denir.

$$S_K(z_{12}^*, v_{e_{12}}^*) = 0, \quad \frac{\partial S_K(z_{12}, v_{e_{12}})}{\partial t} \leq y_K^T v_{e_K} \quad (58)$$

Burada $(z_{12}, v_{e_{12}}) \in R^6 \times R^3$ ve $v_{e_K} \in R^3$ dir. Krasovskii depolama fonksiyonunu denklem (59)'daki gibi seçelim ve genişletilmiş hata dinamiği sisteminin Krasovskii pasif olduğunu aşağıdaki gibi gösterelim.

$$S_K(z_{12}, v_{e_{12}}) = \left(\frac{1}{2}\right) \dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12} \quad (59)$$

$$\frac{\partial S_K(z_{12}, v_{e_{12}})}{\partial t} \leq y_K^T v_{e_K} \quad (60)$$

$$\frac{1}{2} [\dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12} + \dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12}] \leq y_K^T v_{e_K} \quad (61)$$

$$\dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12} \leq y_K^T v_{e_K} \quad (62)$$

Denklem (54)'deki \dot{z}_{12} 'in türevini alırsak denklem (63)'ü elde ederiz.

$$\dot{z}_{12} = \sigma \dot{z}_{12} + \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} + \eta \dot{v}_{e_{12}} \quad (63)$$

Denklem (63)'ü denklem (62)'de yerine yazalım.

$$\dot{z}_{12}^T P \sigma \dot{z}_{12} + \dot{z}_{12}^T P \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} + \dot{z}_{12}^T P \eta \dot{v}_{e_{12}} - y_K^T v_{e_K} \leq 0 \quad (64)$$

Bu eşitsizliğin sağlanabilmesi için gerekli ve yeterli koşulları denklem (65) ve denklem (66)'daki gibi seçelim.

$$\dot{z}_{12}^T P \sigma \dot{z}_{12} + \dot{z}_{12}^T P \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} \leq 0 \quad (65)$$

$$\dot{z}_{12}^T P \eta \dot{v}_{e_{12}} - y_K^T v_{e_K} = 0 \quad (66)$$

Denklem (65)'deki eşitsizliğin sol tarafını $-\gamma \dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12}$ terimine eşitleyelim. Baştaki γ terimi bir pozitif reel sayı olduğu için $\gamma \dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12} \geq 0$ dir.

$$\dot{z}_{12}^T P \sigma \dot{z}_{12} + \dot{z}_{12}^T P \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} = -\gamma \dot{z}_{12}^T P \dot{z}_{12} \quad (67)$$

Denklem (67)'den $\dot{\tilde{F}}_z$ 'i aşağıdaki gibi elde edelim:

$$\dot{z}_{12}^T P \left(\sigma \dot{z}_{12} + \Omega \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} + \gamma \dot{z}_{12} \right) = 0 \quad (68)$$

$$\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -J^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} = -(\sigma + \gamma I_{6 \times 6}) \dot{z}_{12} \quad (69)$$

$$\begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ -J^{-1} \dot{\tilde{F}}_z \end{bmatrix} = -(\sigma + \gamma I_{6 \times 6}) \dot{z}_{12} \quad (70)$$

Denklem (70)'in her iki tarafını da soldan $[0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}]$ matrisi ile çarpalım ve $\dot{\tilde{F}}_z$ 'i elde edelim.

$$\dot{\tilde{F}}_z = J[0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}](\sigma + \gamma I_{6 \times 6}) \dot{z}_{12} \quad (71)$$

Bu noktada kestirim hatasının $\tilde{F}_z = F_z - \hat{F}_z$ tanımından $\dot{\tilde{F}}_z$ 'ye ilişkin kestirim dinamiği,

$$\dot{\tilde{F}}_z = \dot{F}_z - J[0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}](\sigma + \gamma I_{6 \times 6}) \dot{z}_{12} \quad (72)$$

Biçiminde elde edilir. Bu çalışmada, kestirici dinamiğinin F_z değişiminden hızlı olduğu kabulü ile $\dot{\tilde{F}}_z = 0$ alınmıştır. Şimdi de, genişletilmiş hata dinamiği sisteminin çıkışı denklem (66)'daki eşitlikten elde edelim.

$$y_K^T v_{e_K} = \dot{z}_{12}^T P \eta \dot{v}_{e_{12}} \quad (73)$$

$$y_K^T \dot{v}_{e_{12}} = \dot{z}_{12}^T P \eta \dot{v}_{e_{12}} \quad (74)$$

$$y_K = \eta^T P \dot{z}_{12} \quad (75)$$

İki standart pasif sistemin geri beslemeli ara bağlantısı da standart pasiftir. Bu gerçek Krasovskii pasifliği için de geçerlidir. Bu nedenle Krasovskii pasif bir sistem için kontrollör yapısı tüm geri beslemeli ara bağlantı sisteminin Krasovskii pasif olmasını garanti edecek şekilde seçilmelidir. Tüm ara bağlantı sistemini Krasovskii pasif yapacak depolama fonksiyonunu aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$S_I(z_{12}, v_{e_{12}}, v_{e_K}) = S_K(z_{12}, v_{e_{12}}) + \frac{1}{2} |v_{e_{12}} - v_{e_{12}}^*|_{K_3}^2 + \frac{1}{2} |v_{e_K}|_{K_1}^2 \quad (76)$$

Burada, $S_K(z_{12}, v_{e_{12}})$ hata dinamiği sistemini Krasovskii pasif yapan depolama fonksiyonudur, $(v_{e_{12}} - v_{e_{12}}^*)$ 'li terim kontrol üretim hatasının referans kontrol üretim hatasını takip edebilmesini sağlamak ve son terim kontrol işaretini cezalandırmak amacıyla eklenmiştir. Kararlılık için bu depolama fonksiyonunun aşağıda verilen zamana göre türevi yarı kesin negatif olmalıdır.

$$\frac{\partial S_K}{\partial z} f(z_{12}, v_{e_{12}}) + v_{e_K}^T \left[\left(\frac{\partial S_K}{\partial v_{e_{12}}} \right)^T + K_3(v_{e_{12}} - v_{e_{12}}^*) + K_1 v_{e_K} \right] \leq 0 \quad (77)$$

Bu noktada, sistemin çıkışlarını aşağıdaki gibi seçelim.

$$y_1 = \frac{\partial S_K}{\partial z} f(z_{12}, v_{e_{12}}), \quad y_2 = y_K + K_3(v_{e_{12}} - v_{e_{12}}^*) \quad (78)$$

Tüm sistemin Krasovskii pasif olmasını garanti edecek kontrollör yapısını ise aşağıdaki gibi seçelim:

$$\dot{v}_{e_K} = \frac{1}{K_1} (-y_K - K_3(v_{e_{12}} - v_{e_{12}}^*) - K_2 v_{e_K} + v_1) \quad (79)$$

Kontrollör yapısındaki K_1, K_2 ve K_3 keyfi $R^{3 \times 3}$ boyutlu kesin pozitif matrislerdir. Keyfi serbest parametre, v_1 , ise $R^{3 \times 1}$ boyutlu bir matristir.

3.2 Öteleme Hareketi İçin Kontrollör Tasarımı

Bölüm (2.1)'de verilen denklem (27) Hexacopter'in öteleme hareketini tanımlar. Hexacopter'in öteleme hareketinin kontrolünde benzer şekilde iki aşamada gerçekleştirilecektir. Bu bağlamda rotasyonel ve ötelemeli harekete ilişkin hata dinamiklerini bütünsel tanımlamak için, üçüncü hata sinyalini denklem (80)'deki gibi tanımlayalım:

$$z_3 = x_3 - x_{3,d} \quad (80)$$

ve türevini alalım:

$$\dot{z}_3 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{3,d} \quad (81)$$

Üçüncü aday Lyapunov fonksiyonunu aşağıdaki gibi seçelim:

$$V_3 = \frac{1}{2} z_3^T z_3 \quad (82)$$

Seçilen aday Lyapunov fonksiyonunun türevini alalım.

$$\dot{V}_3 = \frac{1}{2} [(x_4^T - \dot{x}_{3,d}^T) z_3 + z_3^T (x_4 - \dot{x}_{3,d})] \quad (83)$$

İstenilen x_4 'ü (84)'deki gibi seçelim.

$$x_{4,d} = -C_3 z_3 + \dot{x}_{3,d} \quad (84)$$

Denklem (84)'ü, denklem (83)'de yerine yazalım.

$$\dot{V}_3 = \frac{1}{2} [((-C_3 z_3 + \dot{x}_{3,d})^T - \dot{x}_{3,d}^T) z_3] \quad (85)$$

$$+ \frac{1}{2} [z_3^T (-C_3 z_3 + \dot{x}_{3,d} - \dot{x}_{3,d})] \\ = -z_3^T C_3 z_3 \leq 0 \quad (86)$$

Dördüncü hata sinyalini (87)'deki gibi tanımlayalım.

$$z_4 = x_4 - x_{4,d} \quad (87)$$

ve türevini alalım:

$$\dot{z}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4,d} \quad (88)$$

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 \dot{z}_3 - \ddot{x}_{3,d} \quad (89)$$

Denklem (81)'de bulunan \dot{z}_3 'i denklem (89)'da yerine yazalım.

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 (x_4 - \dot{x}_{3,d}) - \ddot{x}_{3,d} \quad (90)$$

Denklem (87)'den x_4 'ü denklem (90)'da yerine yazalım.

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 (z_4 + x_{4,d} - \dot{x}_{3,d}) - \ddot{x}_{3,d} \quad (91)$$

Denklem (84)'de bulunan $x_{4,d}$ 'i (91)'de yerine yazalım.

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 (z_4 - C_3 z_3 + \dot{x}_{3,d} - \dot{x}_{3,d}) - \ddot{x}_{3,d} \quad (92)$$

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 z_4 - C_3^2 z_3 - \ddot{x}_{3,d} \quad (93)$$

Dördüncü aday Lyapunov fonksiyonunu aşağıdaki gibi seçelim ve türevini alalım.

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^T z_4 \quad (94)$$

$$\dot{V}_4 = -z_3^T C_3 z_3 + \dot{z}_4^T z_4 \quad (95)$$

$$= -z_3^T C_3 z_3 + \left(q \otimes \frac{F_{th}}{m} \otimes q^* + \bar{g} + C_3 z_4 - C_3^2 z_3 - \ddot{x}_{3,d} \right)^T z_4 \quad (96)$$

Dördüncü aday Lyapunov fonksiyonunun türevinin sıfıra eşit ya da sıfırdan küçük olması için Hexacopter'in motorları tarafından uygulanan toplam itme kuvvetini, F_{th} , denklem (97)'deki gibi seçelim:

$$F_{th} = q^* \otimes m(-C_3 \hat{z}_4 + C_3^2 z_3 + \ddot{x}_{3,d} - C_4 \hat{z}_4 - \bar{g} + v_{e_{34}}) \otimes q \quad (97)$$

Denklem (97)'deki F_{th} 'yi denklem (96)'da yerine yazalım.

$$\dot{V}_4 = -z_3^T C_3 z_3 + (-C_4 \hat{z}_4 + C_3 (z_4 - \hat{z}_4) + v_{e_{34}})^T z_4 \quad (98)$$

$$= -z_3^T C_3 z_3 + (-C_4 \hat{z}_4 + C_3 \hat{z}_4 + v_{e_{34}})^T z_4 \quad (99)$$

Denklem (99)'a $\pm C_4 z_4$ terimleri eklenip düzenlenirse,

$$\dot{V}_4 = -z_3^T C_3 z_3 - z_4^T C_4 z_4 + \hat{z}_4^T (C_3 + C_4) z_4 + v_{e_{34}}^T z_4 \quad (100)$$

elde edilir. Ayrıca, dördüncü hata durum denklemini elde etmek için denklem (97)'deki gibi seçilen toplam itme kuvvetini, F_{th} , denklem (93)'de yerine yazalım.

$$\dot{z}_4 = q \otimes \frac{q^* \otimes m(-C_3 \hat{z}_4 + C_3^2 z_3 + \ddot{x}_{3,d} - C_4 \hat{z}_4 - \bar{g} + v_e)}{m} \otimes q^* \\ + \bar{g} + C_3 z_4 - C_3^2 z_3 - \ddot{x}_{3,d} \quad (101)$$

$$\dot{z}_4 = -C_3 \hat{z}_4 + C_3^2 z_3 + \ddot{x}_{3,d} - C_4 \hat{z}_4 - \bar{g} + v_{e_{34}} + \bar{g} + \\ + C_3 z_4 - C_3^2 z_3 - \ddot{x}_{3,d} \quad (102)$$

$$\dot{z}_4 = -C_3 \hat{z}_4 - C_4 \hat{z}_4 + v_{e_{34}} + C_3 z_4 \quad (103)$$

$$\dot{z}_4 = -C_4 \hat{z}_4 + C_3 \hat{z}_4 + v_{e_{34}} \quad (104)$$

Denklem (104)'de cebirsel manipülasyon yaparak denkleme $\pm C_4 z_4$ terimleri eklenip düzenlenirse,

$$\dot{z}_4 = -C_4 z_4 + (C_3 + C_4) \hat{z}_4 + v_{e_{34}} \quad (105)$$

elde edilir. Böylelikle, standart geri adımlamalı kontrol algoritması uygulandığında elde edilen hata dinamiği aşağıdaki gibidir:

$$\dot{z}_3 = -C_3 z_3 + z_4 \quad (106)$$

$$\dot{z}_4 = -C_4 z_4 + (C_3 + C_4) \hat{z}_4 + v_{e_{34}} \quad (107)$$

Yukarıdaki hata dinamiğinin durum uzayı gösterimi denklem (108)'de gösterilmektedir.

$$\dot{z}_{34} = \begin{bmatrix} -C_3 & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_4 \end{bmatrix} z_{34} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (C_3 + C_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} v_{e_{34}} \quad (108)$$

Hata dinamiğinin durum uzayı gösterimi aşağıdaki hale dönüşür.

$$\dot{z}_{34} = \sigma_{34} z_{34} + \Omega_{34} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} + \eta_{34} v_{e_{34}}, \gamma(z_{34}) = \begin{bmatrix} \gamma_3(z_{34}) \\ \gamma_4(z_{34}) \end{bmatrix} \quad (109)$$

Bölüm (3.1)'de bahsedildiği gibi genişletilmiş hata dinamiği sistemini aşağıdaki gibi inşa edelim.

$$\dot{z}_{34} = f_{34}(z_{34}, v_{e_{34}}) \quad (110)$$

$$\dot{v}_{e_{34}} = v_{e_{K_{34}}} \quad (111)$$

$$y_{K_{34}} = h_{K_{34}}(z_{34}, v_{e_{34}}) \quad (112)$$

Genişletilmiş sistemi için Krasovskii depolama fonksiyonunu denklem (113)'deki gibi seçelim. Bu depolama fonksiyonu için genişletilmiş hata dinamiği sisteminin Krasovskii pasif olduğu bölüm (3.1)'de gösterilmiştir.

$$S_K(z_{34}, v_{e_{34}}) = \left(\frac{1}{2} \right) \dot{z}_{34}^T P_{34} \dot{z}_{34} \quad (113)$$

$$\frac{\partial S_K(z_{34}, v_{e_{34}})}{\partial t} \leq y_{K_{34}}^T v_{e_{K_{34}}} \quad (114)$$

$$\dot{z}_{34}^T P \dot{z}_{34} \leq y_{K_{34}}^T v_{e_{K_{34}}} \quad (115)$$

Denklem (115)'de \dot{z}_{34} ve \dot{z}_{34} yerlerine yazılırsa denklem (116) elde edilir.

$$\dot{z}_{34}^T P_{34} \sigma_{34} \dot{z}_{34} + \dot{z}_{34}^T P_{34} \Omega_{34} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} + \dot{z}_{34}^T P_{34} \eta_{34} \dot{v}_{e_{34}} \\ - y_{K_{34}}^T v_{e_{K_{34}}} \leq 0 \quad (116)$$

Bu eşitsizliğin sağlanabilmesi için gerekli ve yeterli koşulları denklem (117) ve denklem (118)'deki gibi seçelim.

$$\dot{z}_{34}^T P_{34} \sigma_{34} \dot{z}_{34} + \dot{z}_{34}^T P_{34} \Omega_{34} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (117)$$

$$\dot{z}_{34}^T P_{34} \eta_{34} \dot{v}_{e_{34}} - y_{K_{34}}^T v_{e_{K_{34}}} = 0 \quad (118)$$

Denklem (117)'deki eşitsizliğin sol tarafını $-\gamma_{34} \dot{z}_{34}^T P_{34} \dot{z}_{34}$ terimine eşitleyelim. Baştaki γ terimi bir pozitif reel sayı olduğu için $\gamma_{34} \dot{z}_{34}^T P_{34} \dot{z}_{34} \geq 0$ dir.

$$\dot{z}_{34}^T P_{34} \sigma_{34} \dot{z}_{34} + \dot{z}_{34}^T P_{34} \Omega_{34} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} = -\gamma \dot{z}_{34}^T P_{34} \dot{z}_{34} \quad (119)$$

Denklem (119)'dan \hat{z}_4 'i önceki bölümdeki (67)-(71) işlemlerine benzer şekilde aşağıdaki gibi elde edelim:

$$\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (C_3 + C_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} = -(\sigma_{34} + \gamma_{34} I_{6 \times 6}) \dot{z}_{34}$$

$$\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ (C_3 + C_4) & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \hat{z}_4 \end{bmatrix} = -[0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] (\sigma_{34} + \gamma_{34} I_{6 \times 6}) \dot{z}_{34}$$

$$\dot{z}_4 = -(C_3 + C_4)^{-1} [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] (\sigma_{34} + \gamma_{34} I_{6 \times 6}) \dot{z}_{34} \quad (120)$$

Kestirim hatasının $\hat{z}_4 = z_4 - \hat{z}_4$ tanımından türevi alınarak \hat{z}_4 'e ilişkin kestirim dinamiği aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{z}_4 = -C_4 z_4 + (C_3 + C_4) \dot{z}_4 + v_{e_{34}} + (C_3 + C_4)^{-1} [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] (\sigma_{34} + \gamma_{34} I_{6 \times 6}) \dot{z}_{34}$$

Genişletilmiş hata dinamiği sisteminin çıkışı denklem (118)'deki eşitlikten aşağıdaki gibi bulunur:

$$y_{K_{34}} = \eta_{34}^T P_{34} \dot{z}_{34} \quad (121)$$

Tüm ara bağlantı sistemini Krasovskii pasif yapacak depolama fonksiyonunu aşağıdaki gibi oluşturalım:

$$S_I(z_{34}, v_{e_{34}}, v_{e_{K_{34}}}) = S_K(z_{34}, v_{e_{34}}) + \frac{1}{2} |v_{e_{34}} - v_{e_{34}}^*|_{K_3^{34}}^2 + \frac{1}{2} |v_{e_{K_{34}}}|_{K_1^{34}}^2 \quad (122)$$

Kararlılık için bu depolama fonksiyonunun aşağıda verilen zamana göre türevi yarı kesin negatif olmalıdır.

$$\frac{\partial S_K}{\partial z} f(z_{34}, v_{e_{34}}) + v_{e_{K_{34}}}^T \left[\left(\frac{\partial S_K}{\partial v_{e_{34}}} \right)^T + K_3^{34} (v_{e_{34}} - v_{e_{34}}^*) + K_1^{34} v_{e_{K_{34}}} \right] \leq 0$$

Sistemin çıkışlarını aşağıdaki gibi seçelim.

$$y_3 = \frac{\partial S_K}{\partial z} f(z_{34}, v_{e_{34}}), y_4 = y_{K_{34}} + K_3^{34} (v_{e_{34}} - v_{e_{34}}^*) \quad (123)$$

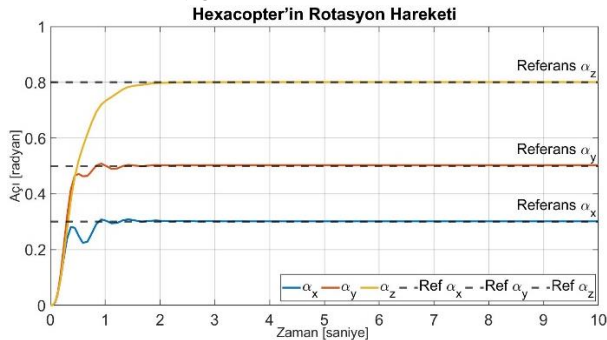
Tüm sistemin Krasovskii pasif olmasını garanti edecek kontrolör yapısını aşağıdaki gibi seçilelim:

$$\dot{v}_{e_{K_{34}}} = \frac{1}{K_1} (-y_{K_{34}} - K_3^{34} (v_{e_{34}} - v_{e_{34}}^*) - K_2^{34} v_{e_{K_{34}}} + v_1^{34}) \quad (124)$$

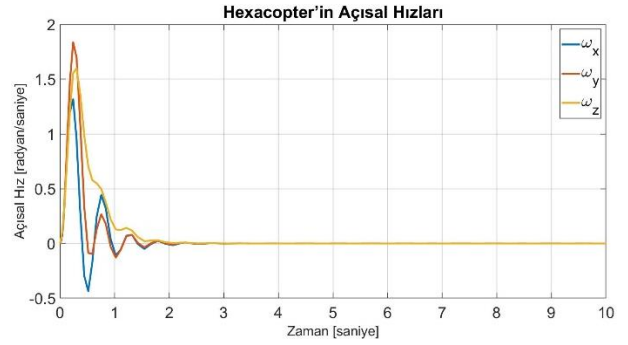
Kontrolör yapısındaki K_1^{34}, K_2^{34} ve K_3^{34} keyfi $R^{3 \times 3}$ boyutlu kesin pozitif matrislerdir. Keyfi serbest parametre, v_1^{34} , ise $R^{3 \times 1}$ boyutlu bir matristir.

4. Benzetim Sonuçları

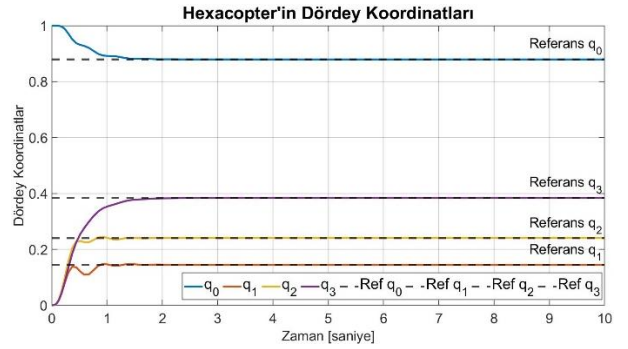
Tasarlanan kontrolörler MATLAB/SIMULINK yazılımında test edilmiştir. Sistem parametreleri $m = 2, J = \text{diag}(0.0118976, 0.0118976, 0.0218816)$ olarak alınmıştır. Kontrolör parametreleri şu şekilde seçilmiştir: $Q_1 = 350I_{6 \times 6}, Q_2 = 10\text{diag}(2, 3, 4, 5, 6, 7), C_1 = 3I_3, C_2 = I_3, C_3 = \text{diag}(2, 2, 5, 3), C_4 = \text{diag}(3.5, 4, 4.5), v_1^{12} = 5I_3, v_1^{34} = 0, \alpha_{12} = 15, \alpha_{34} = 10$. Şekil 2'de Hexacopter'in rotasyon hareketi gösterilmektedir. Hexacopter'in başlangıç açıl konumu x-y-z eksenlerinde sırasıyla $[0, 0, 0]$ radyan'dır. Hedef açıl konum ise $[0.3, 0.8, 0.5]$ radyan'dır. Hexacopter'in istenen rotasyonel hareketinde oluşan hızlar Şekil 3'de gösterilmektedir. İstenilen alfa açılara karşılık düşen dördey koordinatlar $q = [0.8800 \quad 0.1439 \quad 0.2399 \quad 0.3839]$ 'dir. Şekil 4'de Hexacopterin dördey uzayındaki koordinatları gösterilmektedir. Şekil 5'de kontrolör tarafından Hexacopter'e uygulanan kontrol işaretleri (x-y-z eksenlerinde uygulanan kuvvetler, Newton) gösterilmektedir.



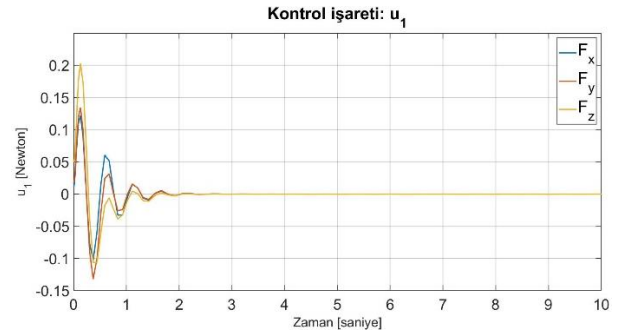
Şekil 2: Hexacopter'in rotasyon hareketi.



Şekil 3: Hexacopter'in açıl hızları.



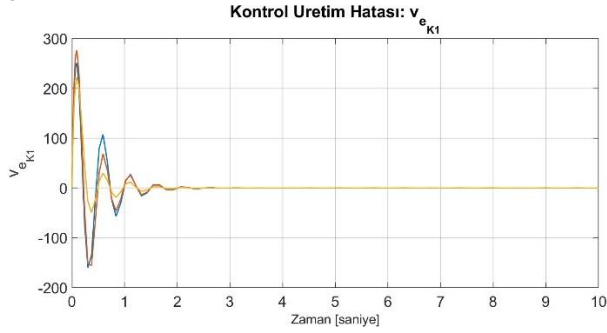
Şekil 4: Hexacopter'in dördey koordinatları



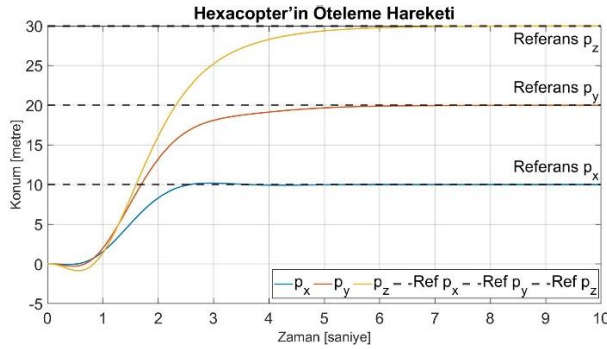
Şekil 5: Kontrolör tarafından uygulanan kontrol işaretleri.

Şekil 6'da ise kontrol üretim hatası gösterilmektedir. Şekil 7'de Hexacopter'in öteleme hareketi gösterilmektedir. Başlangıçta Hexacopter $(0, 0, 0)$ noktasında durmaktadır. Hedef konum x-y-z eksenlerinde $[10, 20, 30]$ metre'dir. Şekil 8'de Hexacopter'in bu hareket sırasındaki hızları gösterilmektedir. Şekil 9'da ilgili kontrol işaretleri gösterilmektedir. Hexacopter'e etki eden yer çekimi kuvveti nedeniyle Hexacopter'e z-ekseninde uygulanan kuvvet 0 değerine ulaşmaz. Hexacopter'i havada tutabilmek için z-ekseninde uygulanan kuvvet yaklaşık 7 saniyede 19.5 Newton değerine ulaşmaktadır. Şekil 10'da kontrol üretim hatası gösterilmektedir. [11]'deki yüksek lisans çalışmasında, Krasovskii pasifliği yerine standart pasiflik tanımları kullanılmıştır. [11]'deki çalışmaya kıyasla, bu bildiride önerilen kontrol yöntemi sayesinde rotasyon hareketinin daha küçük bir kontrol işareti uygulanarak ancak çok daha hızlı bir şekilde başarıyla gerçekleştiği görülmektedir. Hexacopter'in rotasyon hareketinde x-y-z eksenlerindeki etkileşim sebebiyle x-y eksenlerindeki yanıtlarda bozulma belirgin olarak görülmektedir. Benzer durum dördey koordinatlarda da görülmektedir. Ancak öteleme hareketinde bu etkiler belirgin olarak görülmemektedir. Ayrıca, önerilen kontrol yöntemi

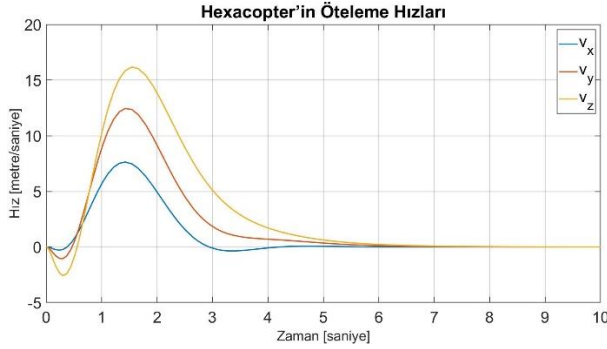
sayesinde Hexacopter [11]'deki çalışmaya kıyasla çok daha küçük bir kontrol işareti ile çok daha hızlı bir şekilde hareket ederek öteleme hareketini başarıyla gerçekleştirmiştir. Rotasyonel harekette eksenlerdeki etkileşime ilişkin iyileştirme gelecek çalışma olarak düşünülebilir.



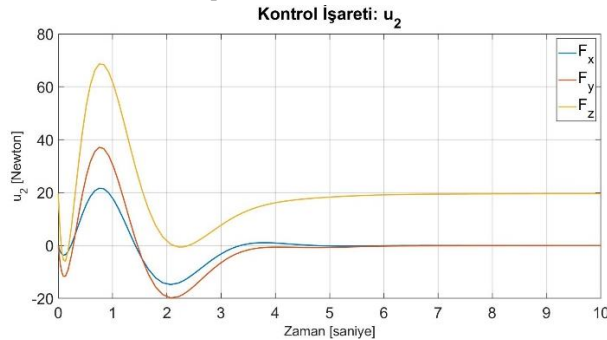
Şekil 6: Kontrol üretim hatası.



Şekil 7: Hexacopter'in öteleme hareketi.



Şekil 8: Hexacopter'in öteleme hızları.

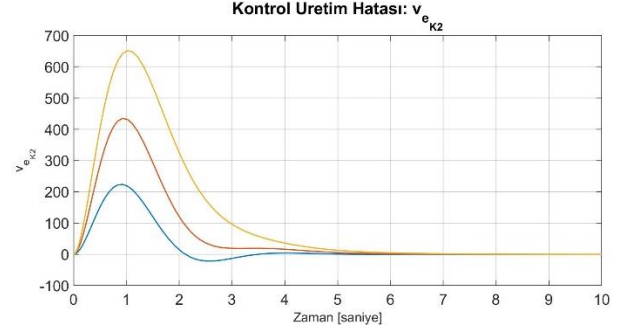


Şekil 9: Kontrolör tarafından uygulanan kontrol işareti.

5. Sonuçlar

Bu bildiride, Hexacopter hava aracının ötelemeli ve açılmalı konum kontrolü probleminin çözümü için yeni bir pasifliğe dayalı kısmi geri beslemeli geri adımlamalı kontrol yöntemi

sunuldu. Dördey koordinatları kullanılarak modellenen hava aracının kontrol algoritması, ölçülemeyen değişkenleri de dikkate alarak kararlı ve gürbüz bir kontrol sağladı. Sunulan yöntemin etkinliği MATLAB/SIMULINK yazılımında doğrulandı. Bu çalışmanın, insansız hava araçları alanındaki araştırmalara ve teknolojik gelişmelere katkı sağlaması amaçlanmaktadır.



Şekil 10: Kontrol üretim hatası

Kaynakça

- [1] M. Moussid, A. Sayouti ve H. Medromi, "Dynamic Modeling and Control of a HexaRotor using Linear and Nonlinear Methods", International Journal of Applied Information Systems (IJ AIS), Cilt: 9, No: 5, 2015
- [2] I. N. Ibrahim, "Modeling And Predictive Control Of Nonlinear Coupled And Underactuated Dynamics Of A Hexacopter", 2016
- [3] A. Alaimo, V. Artale, C. Milazzo, A. Ricciardello ve L. Trefiletti, "Mathematical Modeling and Control of a Hexacopter", International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), doi: 10.1109/ICUAS.2013.6564793, 2013
- [4] A. Alaimo, V. Artale, C. Milazzo ve A. Ricciardello, "PID Controller Applied to Hexacopter Flight", Journal of Intelligent & Robotic Systems, Cilt: 73, s:261-270. doi:10.1007/s10846-013-9947-y, 2014
- [5] J. Carino, H. Abaunza ve P. Castillo, "Quadrotor Quaternion Control", International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), doi:10.1109/ICUAS.2015.7152367, 2015
- [6] C. Ha, Z. Zuo, F. B. Choi ve D. Lee, "Passivity-based Adaptive backstepping control of quadrotor-type UAVs", Robotics and Autonomous Systems, 2014
- [7] J. Song, D. E. Chang ve Y. Eun, "Passivity-based Adaptive Control of Quadrotors with Mass and Moment of Inertia Uncertainties", IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC), 2019
- [8] H. Abaunza, P. Castillo ve R. Lozano, "Quaternion Modeling and Control Approaches", Handbook of Unmanned Aerial Vehicles, s:1-29, doi:10.1007/978-3-319-32193-6_179-1, 2018
- [9] K. C. Kosaraju, Y. Kawano ve J. M. A. Scherpen, "Krasovskii's Passivity", IFAC PapersOnLine, 2019
- [10] K. C. Kosaraju, Y. Kawano ve J. M. A. Scherpen, "Krasovskii and Shifted Passivity Based Control", IEEE, 2020
- E. Özkurt, "Enerji Tabanlı Yaklaşımlarla İnsansız Hava Araçlarının Kısmi Durum Geri Beslemeli H_∞ Bozucu Bastırma Etkili Kontrolü" [Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi], İstanbul Teknik Üniversitesi, 2023