

# Kesir Dereceli Zaman Gecikmeli Sistemler için Parçacık Sürü Optimizasyonu Kullanılarak PI-PD Kontrolör Tasarımı

## PI-PD Controller Design Using Particle Swarm Optimization for Fraction Order Systems with Time Delay

Ali YÜCE

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Malatya Turgut Özal Üniversitesi, Malatya  
ali.yuce@ozal.edu.tr

### Özetçe

Kesir dereceli sistemler, analitik zaman cevaplarının hesaplanması gibi pek çok hesaplama zorlukları içerirler. Sistemde zaman gecikmesinin bulunması ilave olarak ek zorluklar meydana getirir ve bu tip sistemlerin kontrolör tasarımları da oldukça zorlaşır. Bu çalışmada, zaman gecikmeli kesir dereceli kontrol sistemleri için Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) kullanılarak PI-PD kontrolör tasarım prosedürü önerilmektedir. Kesir dereceli sistemin tamsayı eş değer modeli için M-SBL yöntemi kullanılmaktadır. Kontrolör parametreleri farklı integral performans indekslerine göre PSO algoritması ile hesaplanmaktadır. Çalışmanın sonunda bir örnek üzerinde PI-PD kontrolör parametreleri belirlenmektedir ve performansları incelenmektedir.

### Abstract

Fractional order systems involve many computational difficulties, such as computation of analytical time responses. Also, the presence of time delay in such system creates additional difficulties and the controller design of such systems becomes very difficult. In this study, PI-PD controller design procedure using Particle Swarm Optimization (PSO) is proposed for fractional order control systems with time delay. The M-SBL method is used for the integer order approximation model of the fractional order system. PI-PD controller parameters are calculated with PSO algorithm according to different integral performance indexes. At the end of the study, PI-PD controller parameters of fractional order system with time delay are determined, and their performances are examined.

### 1. Giriş

Kesirli analiz fikri ilk olarak 1695 yılında Leibniz ve L'Hospital tarafından ortaya atılmıştır. Kesir dereceli diferansiyel denklemlerin avantajları, gerçek malzemelerin mekanik, elektriksel ve elektro-mekanik özelliklerinin modellenmesinde ve ayrıca kayaların reolojik özelliklerinin tanımlanmasında ve diğer birçok alanda kendini göstermektedir. Kesir dereceli sistemlerin dinamik sistem kontrolleri alanında [1] ve [2]'de verilen çalışmalar yapılmıştır. Son zamanlarda, elastik şaftlı bir DC motorun kesir dereceli PID kontrolüne ilişkin bir kıyaslama çalışması [3]'de sunulmuştur. Parametre belirsizlik yapısına sahip kesirli dereceli bir kontrol sisteminin sağlamlık analizi [4]'te

incelenmiştir. Ayrıca, kesirli matematiğin kontrol sistemlerine uygulanmasıyla ilgili bazı önemli çalışmalar [5]'de sunulmuştur.

Kesir dereceli sistemler için frekans cevabı analizleri analitik olarak uygulanabilirken zaman cevabı uygulamaları için analitik çözüm eksiklikleri bulunmaktadır. Bu nedenle kesir dereceli sistemler için benzer karakterlere sahip olan tamsayı eşdeğer yaklaşımlarının kullanılması tercih edilmektedir. Literatürde yaygın olarak kullanılan yaklaşımlar Sürekli kesir açılımı metodu (Continued Fraction Expansion-CFE), Oustaloup metodu, Carlson metodu, Matsuda metodu, Chareff metodudur [6-11]. Bunların yanı sıra son yıllarda SBL, onun geliştirilmiş versiyonu olan M-SBL yöntemi ve eğri uydurma tabanlı metotlar kullanılarak geliştirilmiş yeni tamsayı dereceli yaklaşım yöntemlerine rastlamak mümkündür [12, 13]. Bu metotların yanı sıra Matlab Fomcon aracında pek çok hesaplamayı hem komut satırında hem de simulink üzerinde gerçekleştirebilmekteyiz [14]. Ancak Fomcon kesir dereceli modelin tamsayı derece dönüşümü için Oustaloup yaklaşım yöntemini kullanmaktadır. Ancak bu çalışmada kesir dereceli transfer fonksiyonların yaklaşımlarının hesaplanması için güncel bir yaklaşım yöntemi olan M-SBL metodu tercih edilmiştir.

Günümüzde oransal (P), Oransal-İntegral (PI), Oransal-İntegral-Türev (PID) gibi endüstride kendisine yaygın olarak yer bulan klasik kontrolörler, tasarım adımlarındaki performans ve kolaylıkları nedeniyle önerilen birçok modern kontrol yöntemine rağmen hala popülerdir. PID kontrolörler birçok proste kabul edilebilir kontrol performansına sahip olmasına rağmen, kararsız ve osilasyonlu proseslerde bir takım dezavantajları bulunmaktadır [15]. PID kontrolörlerin kararsız yapılar üzerindeki dezavantajları PI-PD kontrolör yapıları ile giderilmiştir. PI-PD kontrolör yapısı, çeşitli durumlarda gelişmiş kontrol sağlayabilmektedir. PD kontrolör, sistem transfer fonksiyonunu geri besleme ile değiştirir. PI kontrolör ise ileri yol üzerinde yer almaktadır. PI-PD kontrolör yapısı, kararlı, kararsız ve osilasyonlu süreçlerin kontrolü için iyi bir performans sağlar [15, 16]. PI-PD kontrolörün belirlenmesi gereken dört parametresi bulunur ve bunlar  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_f$  ve  $k_d$ 'dir. Bu parametreleri belirlemek için bu çalışmada PSO optimizasyon yöntemi kullanılmıştır. Sistem transfer fonksiyonu biliniyorsa, PI-PD kontrolör parametreleri, bir integral performans kriterini en aza indirerek optimize edilebilir. İntegral kare hatası (ISE) kriteri en popüler kriterlerden biridir. Diğer yöntemler integral mutlak hata (IAE), zaman ağırlıklı hatanın karesinin integrali (ITSE) ve

integral zaman mutlak hatası (ITAE) dır. İntegral performans kriterleri ile optimizasyon teknikleri kontrolör parametrelerini ayarlama da oldukça başarılıdır. PID parametrelerini belirlemek için son yıllarda genetik algoritmalar (GA) [17, 18] ve parçacık sürüşü optimizasyonu (PSO) [19, 20] gibi akıllı yaklaşımlar önerilmektedir.

Bu bildiride, zaman gecikmeli kesir dereceli sistemlerin güncel yaklaşım yöntemi M-SBL kullanılarak PSO algoritması yardımıyla PI-PD kontrolörü ayarlama yöntemi önerilmektedir. PI-PD kontrolörün parametrelerini integral performans kriterlerini kullanarak hatayı sıfır yapacak şekilde optimize etmek için bir PSO algoritması oluşturulmuştur. Tasarım uygulaması çeşitli nümerik örnek ile pekiştirilmektedir. Örnek farklı integral performans kriterlerine göre kontrolör performanslarını incelemektedir. Ayrıca, literatürde çalışılmış yöntemler ile kıyaslamalar yapılmaktadır.

Bu çalışmanın geri kalan kısımları şu şekilde organize edilmiştir: Bölüm 2’de M-SBL tamsayı dereceli yaklaşım yöntemine değinilmiştir. Bölüm 3’te kontrolör tasarım aşamaları verilmiştir. PI-PD Kontrolörler ve yapıları, PSO algoritması ve tasarım yöntemleri açıklanmıştır. Nümerik örnek üzerinde önerilen tasarım yöntemi kullanılarak kontrolör tasarımı yapılmıştır. Bölüm 4’te sonuçlar verilmiştir.

## 2. M-SBL Tamsayı Dereceli Yaklaşım Yöntemi

Bu alt bölüm, daha önce [12]’de önerilen SBL yaklaşım yönteminin geliştirilmiş bir versiyonunu olan M-SBL yaklaşım yöntemini sunar [21]. SBL yaklaşımı, kesirli türev operatörü  $s^\alpha$  ’nın kararlılık sınır eğrisinin uydurulmasına dayanır [12, 22].

Kesir dereceli türev elemanı  $s^\alpha$  ’nın kararlılık sınır eğrisini elde etmek için, bir transfer fonksiyon ve bir kontrolörden oluşan kapalı çevrim bir kontrol sistemi düşünülmelidir. Bu kapalı çevrim kontrol sistemi için, transfer fonksiyon  $G(s)$  ve kontrolör fonksiyonu  $C(s)$  için karakteristik denklem (1) gibi yazılır.

$$\Delta(s) = 1 + C(s)G(s) \quad (1)$$

$s^\alpha$  ’nın SBL eğrilerini elde etmek için, kesir dereceli türev operatörü,  $G(s) = s^\alpha$  olarak kabul edilir. Bir PI kontrolörün  $C(s) = k_p + k_i/s$ ,  $k_p(\omega)$  ve  $k_i(\omega)$  parametre uzayında SBL çizimi gerçekleştirilir. PI kontrolör denklem (1)’de yerine yazılırsa, karakteristik denklem (2) gibi elde edilir.

$$\Delta(s) = 1 + (k_p + \frac{k_i}{s})s^\alpha = 0 \quad (2)$$

Denklem (2) reel ve sanal kısımlara ayrıştırılır. Reel ve sanal kısımlar sıfıra eşitlenerek ve gerekli trigonometrik dönüşümler yapılarak  $k_p(\omega)$  ve  $k_i(\omega)$ , (3) gibi elde edilir.

$k_p(\omega)$  ve  $k_i(\omega)$  fonksiyonlarının çözümü  $s^\alpha$  ’nın parametrik SBL eğrisini oluşturur.

$$k_p(\omega) = -\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega^\alpha} \text{ ve } k_i(\omega) = -\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega^{\alpha-1}}, \omega \neq 0 \quad (3)$$

Bu denklemler,  $s^\alpha$  ’nın SBL eğrisi üzerindeki örnekleme noktalarını hesaplamak için kullanılır. Yaklaşık tamsayı dereceli transfer fonksiyon modeli (4) gibi tanımlanır.

$$G_n(s) = \frac{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n s^0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0s^0} \quad (4)$$

Aynı pay ve payda polinom katsayılarının ters sırada kullanılması,  $s^\alpha$  ’nın SBL eğrisi üzerinde seçilen  $n$  örnekleme noktası için reel ve sanal denklemleri birlikte çözmeyi sağlar. Bu durum için yeni karakteristik denklem (5) gibi yazılır.

$$\Delta_n(s) = 1 + C(s)G_n(s) \quad (5)$$

Burada  $n$  parametresi,  $G_n(s)$  yaklaşık transfer fonksiyonunun derecesidir. Karakteristik denklem polinomu (6) gibi yeniden düzenlenir.

$$\Delta_n(s) = \sum_{r=0}^n [s^{r+1} + s^{n-r}(k_p s + k_i)] a_r = 0 \quad (6)$$

Daha sonra karakteristik denklem fonksiyonu frekans domeninde (7) gibi yazılabilir.

$$\Delta_n(s) = \sum_{r=0}^n [(j\omega)^{r+1} + (j\omega)^{n-r+1} k_p + (j\omega)^{n-r} k_i] a_r = 0 \quad (7)$$

Denklem (3), bu karakteristik denklemde yerine yazılır ve denklem (8)-(9) elde edilir.

$$\Delta_n(s) = \sum_{r=0}^n \left[ \begin{array}{l} (j\omega)^{r+1} - (j\omega)^{n-r+1} \frac{\cos(\pi\alpha/2)}{\omega^\alpha} \\ + (j\omega)^{n-r} \frac{\sin(\pi\alpha/2)}{\omega^{\alpha-1}} \end{array} \right] a_r = 0 \quad (8)$$

$$\Delta_n(j\omega) = \sum_{r=0}^n \chi_r a_r = 0 \quad (9)$$

Bu denklem,  $n$  sayıda örnekleme noktası için homojen bir denklem sistemi verir. Hesaplamalarda sıfıra bölünmeyi önlemek için örneklenen frekans noktalarının  $\omega \neq 0$  olması gerektiğine dikkat edilmelidir. Homojen doğrusal denklem sisteminin genel ve özel çözümleri vardır. Bu çalışmada  $a_n = 1$  için özel çözüm elde edilmiştir. Daha sonra (10) kullanılarak homojen sistemin özel çözümü, seçilen örnekleme frekansları ile belirlenir.

$$\sum_{k=1}^n \sum_{r=0}^{n-1} \chi_{rk} a_r = -\sum_{k=1}^n \chi_{nk} a_n \quad (10)$$

Burada, alt simge  $k$ ,  $s^\alpha$  ’nın SBL’sine uydurmak için örneklenmiş frekansları gösterir. Yaklaşık modelin bilinmeyen katsayıları, örneklenmiş frekanslar için (11)’de verilen matris formdaki denklem çözülerek hesaplanır.

$$[\chi_{rk}] [a_0 \ a_1 \dots a_{n-1}]^T = [-\chi_{n1} \ -\chi_{n2} \dots \ -\chi_{nn}]^T \quad (11)$$

Burada  $\chi_{rk}$  ve  $\chi_{nk}$  (12) denklemleri ile hesaplanır.

$$\chi_{rk} = (j\omega_k)^{r+1} - (j\omega_k)^{n-r+1} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega_k^\alpha} - (j\omega_k)^{n-r} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega_k^{\alpha-1}} \quad (12)$$

$$\chi_{nk} = (j\omega_k)^{n+1} - j\omega_k \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega_k^\alpha} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\omega_k^{\alpha-1}}$$

İstenen  $\omega_k \in [\omega_l, \omega_h]$  frekans aralığında logaritmik dağılım (13)’de açıklandığı gibi hesaplanır. Denklem (11)’de verilen denklem sisteminin çözülmesi ile yaklaşık transfer fonksiyonun katsayıları hesaplanır. Böylece  $s^\alpha$  ’nın M-SBL yöntemi ile tamsayı dereceli yaklaşımı elde edilir.  $\omega_k \in [0.01, 100] \text{rad/s}$  aralığı için M-SBL metodu

kullanılarak elde edilen kesir dereceli türev operatörlerinin tamsayı yaklaşımlarının listesi Tablo 1'de verilmiştir.

$$\omega_k = \begin{cases} \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{k-1}{n-1}}, & n > 1 \\ \omega_h, & n = 1 \end{cases} \quad (13)$$

Tablo 1:  $\omega_k \in [0.01, 100] \text{rad/s}$  frekans aralığında M-SBL eşleştirme metodu kullanılarak elde edilen kesir dereceli türev operatörlerinin tamsayı yaklaşımlarının listesi

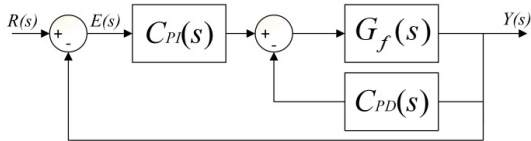
$s^\alpha$	M-SBL Tamsayı Yaklaşımı
$s^{0.1}$	$\frac{1.757s^4 + 110.2s^3 + 364.1s^2 + 85.65s + 1}{s^4 + 85.65s^3 + 364.1s^2 + 110.2s + 1.757}$
$s^{0.2}$	$\frac{3.105s^4 + 167.4s^3 + 487.8s^2 + 101s + 1}{s^4 + 101s^3 + 487.8s^2 + 167.4s + 3.105}$
$s^{0.3}$	$\frac{5.552s^4 + 257.8s^3 + 662s^2 + 120.3s + 1}{s^4 + 120.3s^3 + 662s^2 + 257.8s + 5.552}$
$s^{0.4}$	$\frac{10.12s^4 + 405s^3 + 915.3s^2 + 145.4s + 1}{s^4 + 145.4s^3 + 915.3s^2 + 405s + 10.12}$
$s^{0.5}$	$\frac{18.99s^4 + 655.5s^3 + 1301s^2 + 179.7s + 1}{s^4 + 179.7s^3 + 1301s^2 + 655.5s + 18.99}$
$s^{0.6}$	$\frac{37.22s^4 + 1109s^3 + 1928s^2 + 230.2s + 1}{s^4 + 230.2s^3 + 1928s^2 + 1109s + 37.22}$
$s^{0.7}$	$\frac{77.18s^4 + 2010s^3 + 3056s^2 + 312.8s + 1}{s^4 + 312.8s^3 + 3056s^2 + 2010s + 77.18}$
$s^{0.8}$	$\frac{186s^4 + 4130s^3 + 5474s^2 + 475.4s + 1}{s^4 + 475.4s^3 + 5474s^2 + 4130s + 186}$
$s^{0.9}$	$\frac{594.8s^4 + 11420s^3 + 13160s^2 + 958.5s + 1}{s^4 + 958.5s^3 + 13160s^2 + 11420s + 594.8}$

### 3. PSO Temelli PI-PD Kontrolör Tasarımı ve Örnek Simülasyon

Bu bölümde PI-PD kontrolör yapısı ve optimizasyon yöntemi anlatılmaktadır. Ayrıca bir simülasyon örneği sunularak belirlenen PI-PD kontrolörlere göre birim basamak cevapları elde edilmiş ve yöntemin başarısı gösterilmiştir.

#### 3.1. PI-PD Kontrolör

PI-PD kontrolör yapısı, geleneksel PID kontrolöre göre bazı avantajlara sahiptir. PI-PD kontrolör yapısı kararsız, osilasyonlu süreçlerde çok daha başarılı kontrol sağlarlar [15, 16]. Şekil 1'de bir PI-PD kontrol sistemi verilmiştir [23].



Şekil 1: PI-PD kontrolör ile geribeslemeli kontrol sistemi.

Burada  $G_f(s)$ , kontrol edilecek kesir dereceli yapıdaki sistemi belirtir ve (14) ile ifade edilir.

$$G_f(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \{\alpha_i, \beta_j\} \in \mathbb{R}_+ \\ \{a_i, b_j\} \in \mathbb{R} \\ \alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_n, \beta_0 < \beta_1 < \dots < \beta_m \\ i = 0, 1, 2, \dots, n \text{ and } j = 0, 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

Ayrıca Şekil 1'de görülen PI ve PD kontrolör transfer fonksiyonları (15)'te verilmiştir.

$$C_{PI} = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (15)$$

$$C_{PD} = k_f + k_d s$$

#### 3.2. PSO Algoritması

Parçacık sürüsü optimizasyonu, Kennedy-Eberhart tarafından geliştirilen doğadan ilham alan bir tekniktir [24-27]. PSO, basit ve güçlü bir optimizasyon algoritmasıdır. Bu algoritma bilim ve mühendisliğin çeşitli alanlarında başarıyla uygulanmaktadır. Başlangıçta, PSO sistemi popülasyon adı verilen rastgele seçilmiş çözüm değerlerine sahiptir. Her bir çözüme parçacık denir. Ayrıca, her belirli parçacık için rastgele seçilen bir hız vardır. Algoritmada her parçacık için en iyi konum (Pbest) olarak adlandırılır. Parçacıklar hareket eder ve Pbest'i takip eder ve her Pbest için bir uygunluk değeri vardır. En büyük uygunluk değeri global en iyi (Gbest) olarak adlandırılır.

PSO algoritmasında hız ve konum vektörleri olmak üzere iki ana denklem vardır ve bunlar sırasıyla (16) ve (17)'de gösterilmektedir [28].

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + r_1 c_1 (p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + r_2 c_2 (g_j(t) - x_{ij}(t)) \quad (16)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (17)$$

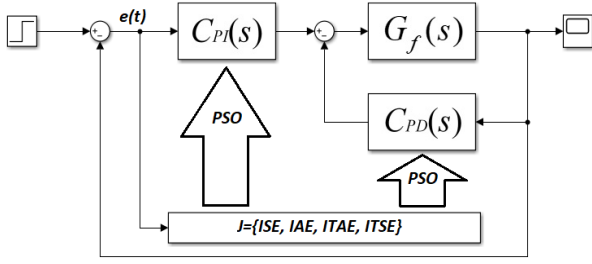
Burada  $r_1$  ve  $r_2$  iki rasgele vektördür ve değerleri 0 ile 1 arasındadır.  $c_1$  ve  $c_2$  parametreleri ivme sabitlerini veya öğrenme parametrelerini temsil eder [28].  $v$  parametresi hızı temsil eder ve  $x$  parametresi konumu temsil eder.  $g$  ve  $p$  parametreleri sırasıyla  $G_{best}$  ve  $P_{best}$ 'tir.

#### 3.3. PI-PD Kontrolör Parametrelerini Ayarlama Prosedürü

ISE, IAE, ITAE, ITSE performans indeksi ve hatayı minimize edecek PSO algoritmasını kullanarak PI-PD kontrolörleri tasarlamak için adımlar şunlardır:

1. Süreç modelinin Simulink'te oluşturulması
2. Kontrolör tasarlanacak kesir dereceli modelin M-SBL ile tamsayı dereceli yaklaşımının bulunması
3. Performans indekslerine göre PSO algoritmasının m-dosyasının yazılması ve Simulink modeli ile eş zamanlı çalıştırılması
4. Performans indekslerine göre PI-PD kontrolör parametrelerinin belirlenmesi

Önerilen yönteme göre oluşturulan model Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2: PSO ve integral performans kriterleri temelli PI-PD parametrelerini belirleyen model

Optimum kontrolör parametreleri, integral performans kriterleri kullanılarak hata sinyalinin minimize edilmesiyle elde edilebilir. İntegral performans kriterleri, optimizasyon algoritmalarında maliyet fonksiyonları olarak tanımlanır ve minimizasyonu sağlar. İlk olarak 1953 yılında Graham ve Lathrop [29] tarafından hatanın karesinin integrali (ISE) ve hatanın mutlak değerinin integrali (IAE) performans kriterleri kullanılmıştır. Daha sonra, zaman ağırlıklı hatanın (ITAE) mutlak değeri ve zaman ağırlıklı hatanın (ITSE) karesinin integrali [30] tarafından geliştirilmiştir. Literatürde yer alan bazı performans kriterleri ve matematiksel ifadeleri (18)'de verilmiştir [31].

$$J_{ISE} = \int_0^t e^2(t)dt, \quad J_{IAE} = \int_0^t |e(t)|dt \quad (18)$$

$$J_{ITSE} = \int_0^t te^2(t)dt, \quad J_{ITAE} = \int_0^t t|e(t)|dt$$

Denklem (18)'de sunulan integral performans kriterleri PSO algoritmasında maliyet fonksiyonu olarak çalışmaktadır. Program maliyet fonksiyonunu minimize eden PI-PD kontrolör parametrelerini belirlemektedir. Burada PSO algoritması PI kontrolör için  $k_p, k_i$  ve PD kontrolör için  $k_f, k_d$  parametrelerini hesaplamaktadır. Programda değişken sayısı 4, alt sınır 0, üst sınır 5, parçacık sayısı 6, maksimum iterasyon sayısı 20 ivme sabitleri  $c_1 = c_2 = 2$ , atalet ağırlık değerinin hesaplanması için  $w_{\max} = 0.9$  ve  $w_{\min} = 0.4$  seçilmiştir. Seçilmiş optimizasyon parametrelerinden parçacık sayısının çözüm uzayını taramada yeterli olduğu görülmüştür. Ayrıca optimizasyonun sonlandırılmasında önemli olan maksimum iterasyon sayısı ile hem optimizasyonun çözüm süresi hızlı hem de hesaplanan kontrolör parametrelerinin simülasyon performansları oldukça başarılıdır. Örnek ve Simülasyon bölümünde optimizasyon hesaplamasının başarısı verilen örnek üzerindeki kontrol performanslarından anlaşılmaktadır.

### 3.4. Örnek ve Simülasyon

**Örnek:** Denklem (19)'da verilen kararsız yapıda tek giriş tek çıkışlı kesir dereceli sistemi dikkate alalım.

$$G(s) = \frac{1}{s^{0.8} - 1} e^{-0.2s} \quad (19)$$

Tablo 1 kullanılarak (19)'un M-SBL tamsayı dereceli yaklaşımı (20) gibi hesaplanır.

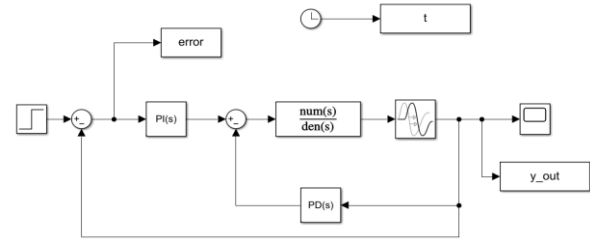
$$G_{SBL}(s) = \frac{s^4 + 475.4s^3 + 5474s^2 + 4130s + 186}{185s^4 + 3655s^3 - 3655s - 185} \quad (20)$$

$G_{SBL}(s)$  için PSO algoritması çalıştırıldığı zaman integral performans kriterlerine göre PI-PD kontrolör parametreleri Tablo 2 gibi elde edilir. Ayrıca Tablo 2'ye Onat ve Zheng metodları tarafından elde edilen PI-PD parametreleri de kıyaslama için eklenmiştir.

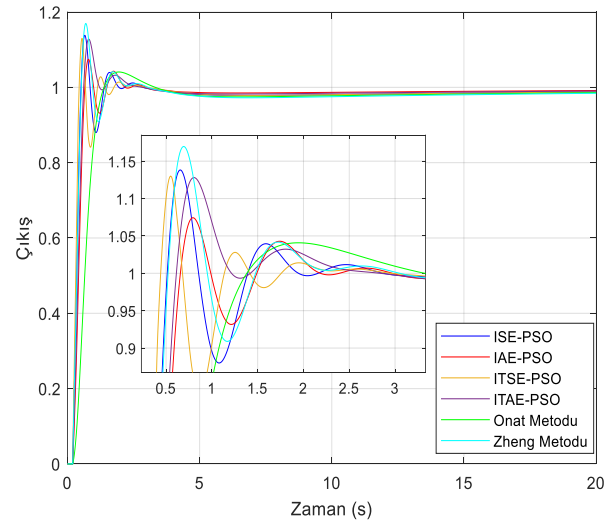
Tablo 2: İntegral Performans – PSO temelli ve literatürde çalışılan Onat ve Zheng metodları ile belirlenen PI-PD kontrolör parametreleri.

Metotlar	$k_p$	$k_i$	$k_f$	$k_d$
ISE – PSO	1.5236	3.2535	1.8678	0.0010
IAE – PSO	0.7000	4.7100	2.6931	0.0010
ITSE - PSO	2.0595	3.2464	1.8300	0.1175
ITAE - PSO	0.9556	4.0000	2.1116	0.0010
Onat Metodu [32]	0.1072	2.8050	2.5633	0.0095
Zheng Metodu [33]	1.5270	2.5150	1.5500	-0.0410

Tablo 2'deki metotların PI-PD parametreleri Şekil 3'teki diyagramda kullanılarak integral performans kriterlerine ve literatürdeki Onat ve Zheng metodlarına göre elde edilmiş birim basamak cevapları Şekil 4 gibi elde edilir.



Şekil 3: PI-PD kontrolör parametrelerini belirleyen sistemin Simulink modeli.



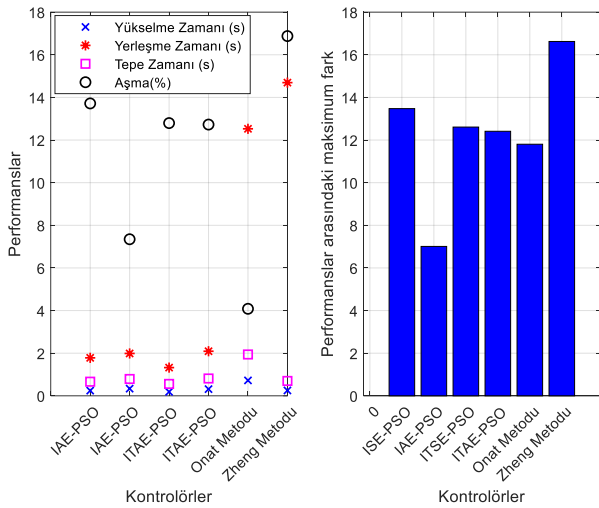
Şekil 4: Tablo 2'deki metotların birim basamak cevapları.

Şekil 4'teki birim basamak cevaplarının yükselme zamanı, yerleşme zamanı, tepe zamanı ve yüzde aşma performans

verileri Tablo 3'te verilmiştir. Buradaki verilere göre Şekil 5'teki performans grafiği oluşturulmuştur. Grafikteki performanslar eksenini, yükselme zamanı, yerleşme zamanı, tepe zamanı ve yüzde aşma sayısal değerlerini göstermektedir. Çubuk grafikte, incelenen performans verileri arasındaki maksimum fark ele alınmıştır. Dolayısıyla çubuk grafik metotlar arasındaki optimum performansı sağlayan kontrolörü göstermektedir. Verilere göre IAE-PSO metodu optimum kontrolör performansını sunmaktadır.

**Tablo 3:** İntegral Performans – PSO temelli ve literatürde çalışılan Onat ve Zheng metotlarının birim basamak performans verileri

Metotlar	Yüks. Zamanı	Yerl. Zamanı	Tepe Zamanı	Aşma (%)
ISE - PSO	0.2435	1.7819	0.6630	13.7170
IAE - PSO	0.3340	1.9796	0.7900	7.4309
ITSE - PSO	0.1866	1.3242	0.5585	12.7951
ITAE - PSO	0.3144	2.0918	0.8134	12.7255
Onat Metodu [32]	0.7235	12.5267	1.9398	4.0827
Zheng Metodu [33]	0.2523	14.6941	0.6979	16.8766

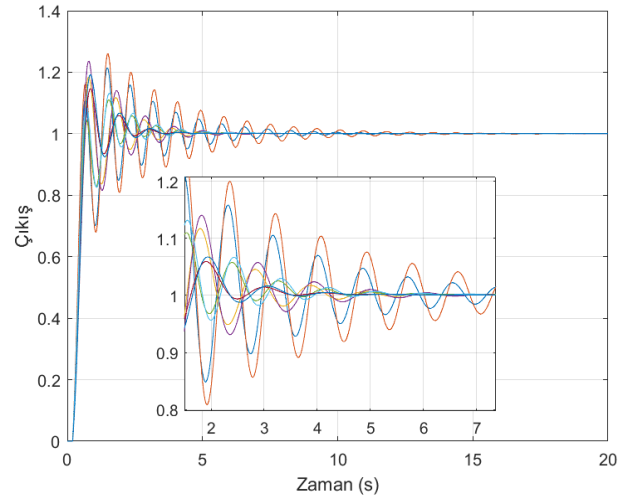


**Şekil 5:** Birim basamak performans verilerinin görselleştirilmesi ve performanslar arasındaki maksimum fark.

Denklem (19)'un parametre belirsizliğine karşı davranışını incelemek için (21) formunu ele alalım.

$$G(s) = \frac{1}{[0.95 \ 1.05]s^{[0.75 \ 0.85]} - [0.95 \ 1.05]} e^{-0.2s} \quad (21)$$

Denklem (21) transfer fonksiyonunda parametre belirsizliği olan 3 katsayı vardır. Parametrelerin alt ve üst sınırları dikkate alınarak toplam sekiz farklı transfer fonksiyon elde edilir. Bir önceki kontrolör parametresi belirleme aşamasında IAE-PSO'nun optimum performans sağladığı görülmektedir. IAE-PSO ile elde edilmiş PI-PD parametreleri ile bu sekiz farklı transfer fonksiyonun kapalı çevrim birim basamak cevapları Şekil 6'daki gibi elde edilir. Birim basamak cevapları, önerilen prosedür ile tasarlanan PI-PD kontrolörün parametre pertürbasyonları durumunda dayanıklı yapıda olduğunu göstermektedir.



**Şekil 6:** Parametre belirsizliğine göre oluşturulan sekiz farklı transfer fonksiyonun birim basamak cevapları.

## 4. Sonuçlar

Bu çalışmada kesir dereceli zaman gecikmeli sistemler için M-SBL tamsayı dereceli yaklaşım metodu ve PSO algoritması kullanarak PI-PD kontrolör tasarımı çalışılmıştır. ISE, IAE, ITSE ve ITAE integral performans kriterleri ve PSO algoritmasından yararlanarak kapalı çevrim sistemin hatasını minimize eden PI-PD kontrolör parametrelerinin ayarlanması sağlanır. Önerilen yöntem kararsız yapılı bir transfer fonksiyon üzerinde test edilmiştir. Birim basamak cevaplarından elde edilen performans verileri analiz edildiğinde integral performans kriterlerinden IAE kullanılarak hesaplanan PI-PD parametreleri diğerlerine göre daha başarılı performans sunmaktadır. Ayrıca çalışmada Onat ve Zheng metotları ile hesaplanmış PI-PD kontrolörlerin cevaplarından daha başarılı bir kontrolör tasarımı elde edilmiştir. Örnekte belirtilen kararsız sistem, parametre belirsizliğine karşı da incelenmiştir. IAE ile belirlenen PI-PD kontrolör kullanılarak parametre belirsizliği durumunda meydana gelen sekiz farklı transfer fonksiyon için elde edilen kapalı çevrim birim basamak cevaplarının kararlı durumda ve dayanıklı olduğu gözlemlenmiştir.

## Kaynakça

- [1] I. Podlubny, "Fractional differential equations, 198 academic press," *San Diego, California, USA*, 1999.
- [2] D. Xue and Y. Chen, "A comparative introduction of four fractional order controllers," presented at the Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2002. , Shanghai, China, 2002.
- [3] D. Xue, C. Zhao, and Y. Chen, "Fractional order PID control of a DC-motor with elastic shaft: a case study," in *2006 American control conference*, 2006: IEEE, p. 6 pp.
- [4] N. Tan, Ö. F. Özgüven, and M. M. Özyetkin, "Robust stability analysis of fractional order interval polynomials," *ISA transactions*, vol. 48, no. 2, pp. 166-172, 2009.

- [5] K. Bettou, A. Charef, and F. Mesquine, "A New Design Method for Fractional PI  $\lambda$  D  $\mu$  Controller," *IJ-STA*, vol. 2, pp. 414-429, 2008.
- [6] B. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernandez, and V. Feliu, "Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications," *Fractional calculus and applied analysis*, vol. 3, no. 3, pp. 231-248, 2000.
- [7] B. Krishna, "Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey," *Signal Processing*, vol. 91, no. 3, pp. 386-426, 2011.
- [8] A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu, and F. M. Nanot, "Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 1, pp. 25-39, 2000.
- [9] G. Carlson and C. Halijak, "Approximation of fractional capacitors  $(1/s)^{1/n}$  by a regular Newton process," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 11, no. 2, pp. 210-213, 1964.
- [10] K. Matsuda and H. Fujii, "H $\sim$  Optimized Wave-Absorbing Control: Analytical and Experimental Results," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 16, no. 6, pp. 1146-1146, 1993.
- [11] A. Charef, H. Sun, Y. Tsao, and B. Onaral, "Fractal system as represented by singularity function," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 9, pp. 1465-1470, 1992.
- [12] F. N. Deniz, B. B. Alagoz, N. Tan, and D. P. Atherton, "An integer order approximation method based on stability boundary locus for fractional order derivative/integrator operators," *ISA transactions*, vol. 62, no. 2016, pp. 154-163, 2016.
- [13] A. Yüce and N. Tan, "A New Integer Order Approximation Table for Fractional Order Derivative Operators," presented at the The IFAC 2017 World Congress Toulouse, France, 09-14 July, 2017.
- [14] A. Tepljakov and A. Tepljakov, "FOMCON: fractional-order modeling and control toolbox," *Fractional-order modeling and control of dynamic systems*, pp. 107-129, 2017.
- [15] N. Tan, "Computation of stabilizing PI-PD controllers," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, pp. 175-184, 2009.
- [16] I. Kaya, "A PI-PD controller design for control of unstable and integrating processes," *ISA transactions*, vol. 42, no. 1, pp. 111-121, 2003.
- [17] V. Kumar and M. Bhatele, *Proceedings of All India Seminar on Biomedical Engineering 2012 (AISOBE 2012)*. Springer India, 2012.
- [18] Q. Wang, P. Spronck, and R. Tracht, "An overview of genetic algorithms applied to control engineering problems," in *Proceedings of the 2003 international conference on machine learning and cybernetics (IEEE Cat. No. 03EX693)*, 2003, vol. 3: IEEE, pp. 1651-1656.
- [19] Z.-L. Gaing, "A particle swarm optimization approach for optimum design of PID controller in AVR system," *IEEE transactions on energy conversion*, vol. 19, no. 2, pp. 384-391, 2004.
- [20] J. Zhao, T. Li, and J. Qian, "Application of particle swarm optimization algorithm on robust PID controller tuning," in *Advances in Natural Computation: First International Conference, ICNC 2005, Changsha, China, August 27-29, 2005, Proceedings, Part III 1*, 2005: Springer, pp. 948-957.
- [21] F. N. Deniz, B. B. Alagoz, N. Tan, and M. Koseoglu, "Revisiting four approximation methods for fractional order transfer function implementations: Stability preservation, time and frequency response matching analyses," *Annual Reviews in Control*, vol. 49, pp. 239-257, 2020.
- [22] F. Nur Deniz, "Kesir dereceli sistemlerde modelleme ve kontrol uygulamaları," 2017.
- [23] I. Kaya and D. P. Atherton, "A PI-PD controller design for integrating processes," in *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, 1999, vol. 1: IEEE, pp. 258-262.
- [24] Y. Shi and R. C. Eberhart, "Empirical study of particle swarm optimization," in *Proceedings of the 1999 congress on evolutionary computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, 1999, vol. 3: IEEE, pp. 1945-1950.
- [25] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, 1995, vol. 4: IEEE, pp. 1942-1948.
- [26] Y. Shi, "Particle swarm optimization: developments, applications and resources," in *Proceedings of the 2001 congress on evolutionary computation (IEEE Cat. No. 01TH8546)*, 2001, vol. 1: IEEE, pp. 81-86.
- [27] Y. Shi and R. C. Eberhart, "Parameter selection in particle swarm optimization," in *Evolutionary Programming VII: 7th International Conference, EP98 San Diego, California, USA, March 25-27, 1998 Proceedings 7*, 1998: Springer, pp. 591-600.
- [28] X.-S. Yang, *Nature-inspired optimization algorithms*. Academic Press, 2020.
- [29] D. Graham and R. C. Lathrop, "The synthesis of optimum transient response: criteria and standard forms," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, vol. 72, no. 5, pp. 273-288, 1953.
- [30] D. Atherton and A. Boz, "Using standard forms for controller design," in *UKACC International Conference on Control'98 (Conf. Publ. No. 455)*, 1998: IET, pp. 1066-1071.
- [31] S. B. Joseph, E. G. Dada, A. Abidemi, D. O. Oyewola, and B. M. Khammas, "Metaheuristic algorithms for PID controller parameters tuning: Review, approaches and open problems," *Heliyon*, p. e09399, 2022.
- [32] C. Onat, "A new design method for PI-PD control of unstable processes with dead time," *ISA transactions*, vol. 84, pp. 69-81, 2019.
- [33] M. Zheng, T. Huang, and G. Zhang, "A new design method for PI-PD control of unstable fractional-order system with time delay," *Complexity*, vol. 2019, pp. 1-12, 2019.