

Hibrit Öğrenme Algoritması ile Küresel Tank Sisteminin Takagi-Sugeno Bulanık Modelinin Çıkarılması

Kansu Oğuz Canbek^{1,2}, Cenk Ulu¹

¹Mekatronik Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

oguz.canbek@std.yildiz.edu.tr
cenkulu@yildiz.edu.tr

²Mekatronik Mühendisliği Bölümü
İstanbul Bilgi Üniversitesi, İstanbul

oguz.canbek@bilgi.edu.tr

Özetçe

Bulanık kural sonuç kısımlarında doğrusal durum uzayı modellerini kullanan Takagi-Sugeno (TS) bulanık modelleri, denetleyici tasarımında sağladıkları kolaylıklar sebebiyle doğrusal olmayan kontrol uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Fakat, bu TS bulanık modelleri çoğu zaman doğrusal olmayan sistemlerin analitik modelleri kullanılarak elde edilmektedir. Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi için öğrenme tabanlı bir TS bulanık modelleme yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemin temel katkısı paralel dağıtılmış kompanzasyon kontrol gibi bu tür modellerin kullanıldığı bulanık model tabanlı kontrol uygulamalarında analitik modele olan ihtiyacı ortadan kaldırarak tasarım kolaylığı sağlayacak olmasıdır. Bu yöntemde, TS bulanık modelinin tüm parametreleri (öncül üyelik fonksiyonlarının ve sonuç durum uzay matrislerinin parametreleri) doğrusal olmayan sistemden toplanan giriş-çıkış ölçümlerinin kullanıldığı hibrit bir öğrenme algoritmasıyla belirlenir. Hibrit öğrenme algoritması, En Küçük Kareler Tahmini yöntemi ile Gradyan İniş algoritmasının birleşiminden oluşur. Önerilen yöntemin başarımı, küresel tank sistemi üzerinde test edilmiştir. Benzetim sonuçları, herhangi bir analitik modele ihtiyaç kalmadan önerilen yöntem ile küresel tank sistemi için başarılı bir TS bulanık model oluşturulabildiğini göstermiştir.

Abstract

Takagi-Sugeno (TS) fuzzy models with rule consequents in the form of linear state space models are widely used in nonlinear control applications due to the simplicity they provide in controller design. However, these TS fuzzy models are mostly derived by using analytical models of nonlinear systems. In this study, a learning-based TS fuzzy modeling method for nonlinear systems is proposed. The main contribution of the proposed

method is that the proposed method provides design simplicity by eliminating the need for an analytical model in fuzzy model-based control applications where such models are used, such as parallel distributed compensation control. In this method, all parameters of the TS fuzzy model (i.e. parameters of premise membership functions and consequent state space matrices) are determined by a hybrid learning algorithm using only input-output measurements of the nonlinear system. The hybrid learning algorithm combines the least square estimation method and the gradient descent algorithm. The performance of the proposed method is tested on a spherical tank system. Simulation results show that using the proposed method, a TS fuzzy model with high accuracy is derived for the spherical tank system without the need for an analytical model.

1. Giriş

Fiziksel sistemlerin özelliklerinin incelenmesi ve araştırılabilmesi için sistem modellerine ihtiyaç duyulduğundan, modelleme süreci mühendislikteki en önemli adımlardan biridir. Dinamik sistemlerin modellenmesine yönelik en standart yaklaşım analitik modellerin çıkarılmasıdır. Doğrusal sistemler için analitik model çıkarmanın birçok yöntemi vardır. Ancak, karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerin analitik modellerinin çıkarılması zordur.

Bulanık sistemler, karmaşık fonksiyonları oldukça yüksek doğrulukta modelleme yeteneğine sahip olmalarından dolayı doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde basit ve etkili çözümler sunabilmektedir [1], [2]. Bu nedenle bulanık sistemler, modelleme [3], [4] ve kontrol uygulamalarında [5], [6] yaygın şekilde kullanılmaktadır. Farklı bulanık sistem türleri arasında, Takagi-Sugeno (TS) bulanık sistemleri, özel kural sonuç biçimleri sebebiyle daha popülerdir. TS bulanık sistemlerinin kural sonuçlarında bulanık kümeler yerine giriş değişkenlerine bağlı gerçek değerli fonksiyonlar kullanılmaktadır. Bu özellik, TS bulanık sistemlerini farklı öğrenme yöntemlerinin kullanımı için de uygun hale getirmekte ve bulanık

model oluşturma adımlarını basitleştirmektedir.

Literatürde, TS bulanık modellerin parametrelerinin belirlenmesi için birden çok veriye dayalı öğrenme yaklaşımı önerilmiştir. Bu yaklaşımlar arasında En Küçük Kareler Tahmini (EKKT) en popüler olanlardan biridir. [7]'de Razaee ve Zarandi, TS bulanık modellerini eğitmek için sistem modelinden gelen giriş-çıkış verilerini kullanmışlardır. [8]'deki çalışmada özyinelemeli Tekil Değer Ayırışımı tabanlı EKKT yöntemi ile Gradyan İniş (GI) yöntemini birleştiren bir hibrit öğrenme algoritması bulanık sistemin öncül ve sonuç parametrelerini eğitmek için kullanılmıştır ve yöntem altı farklı veri seti kullanılarak doğrulanmıştır.

Diğer bir popüler veriye dayalı yaklaşım, bulanık modelleme yaklaşımının yapay sinir ağları ile birleştirildiği Uyarlamalı Sinirsel-Bulanık Çıkarım Sistemi (USBÇS) yöntemidir [9]. Bu yöntemde, bulanık sistemin öncül ve sonuç parametreleri, dinamik sistemin giriş-çıkış verileri ile gradyan iniş veya EKKT yöntemi kullanılarak tanımlanır. USBÇS modelleri, doğrusal sistem modellemeye [10], doğrusal olmayan sistem tanımadaya [11] veya doğrudan denetleyici olarak [12] eğitilip kullanılabilir. Gradyan tabanlı öğrenme algoritmalarına ek olarak, Parçacık Sürü Optimizasyonu [13], [14] ve Genetik Algoritmalar [15], [16] gibi global optimizasyon yöntemleri de literatürde kullanılmaktadır. [17]'de Qi ve Brydis, çevrimiçi sistem modeli tanıma ve denetleyici tasarımını birleştiren kümeleme tabanlı bir yaklaşım önermiştir. Bulanık modelin kural öncül kısımlarında Gauss üyelik fonksiyonları seçmişler ve kural sonuç kısmı için sistemin evvelki çıkışlarının ve kontrol sinyallerinin doğrusal bir kombinasyonunu kullanmışlardır. Öncül parametreler, kural sayısının değişebildiği uyarlamalı bir kümeleme algoritması kullanılarak eğitilmiştir. Sonuç parametreleri özyinelemeli EKKT yöntemi kullanılarak eğitilmiştir. Kontrol algoritması için doğrusal model, durum uzayı modeli şeklinde temsil edilmiş ve geribeslemeli doğrusallaştırma yöntemi kullanılmıştır.

Bu yöntemlerin neredeyse tamamında, kural sonuçları regresyon modelleri olan TS bulanık sistemler kullanılır. Öte yandan, kural sonuçları doğrusal durum uzayı modelleri olan TS bulanık sistemlerinin parametre değerlerinin belirlenmesi için literatürdeki yaklaşım sayısı kısıtlıdır. Tıpkı kural sonuçları regresyon modelleri olan TS bulanık sistemlerde olduğu gibi, EKKT yöntemi kural sonuçları doğrusal durum uzayı modelleri olan sistemlerle de kullanılabilir. Weinstein ve arkadaşları [18], benzetim sonucunda elde edilen uçuş verilerini kullanarak bir F-16 uçağının durum uzay parametrelerini tahmin etmek için EKKT yöntemini kullanmıştır. Parametre tanıma için kullanılan bir başka yöntem ise bulanık kümeleme metodudur. [19]'da Qi ve Brydis, TS modeller ve denetleyicilerin parametrelerinin çevrimiçi olarak kestirimi için bir yöntem sunmuşlardır. TS modelin parametreleri ilk olarak çevrim dışı olarak [17]'deki yöntemle bulunur ve sonraki çevrimiçi adımda [9]'daki hibrit metot kullanılarak parametrelerin ince ayarı yapılır. Son olarak, Parçacık Sürü Optimizasyonu yöntemi gibi global optimizasyon algoritmaları da parametre tanımlama problemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. [20]'de, zaman gecikmeli, doğrusal olmayan, belirsiz ve bozulmuş bir hava ısıtıcı sistemi 25 alt sisteme bölünmüş ve her bir doğrusal modelin parametreleri parçacık sürü optimizasyonu algoritması kullanılarak tahmin edilmiştir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemler için öğrenmeye dayalı bir TS bulanık modelleme yöntemi önerilmiştir. Bu yöntemde, doğrusal olmayan sistemlerin sadece giriş-çıkış ölçümleri kullanılarak, kural çıkışları doğrusal durum-uzay modeli şeklinde tanımlanmış bir TS bulanık modelin tüm parametreleri EKKT yöntemi ile GI algoritmasını birleştiren hibrit bir öğrenme algoritması ile belirlenmiştir.

Bu çalışmanın içeriği aşağıdaki gibidir. Bölüm 2'de, TS bulanık model yapısı tanıtılmış ve Bölüm 3'te, önerilen hibrit öğrenme algoritmasının ayrıntıları verilmiştir. Bölüm 4'te, önerilen modelleme yaklaşımının başarımını göstermek için bir küresel tank sistem modelleme örneği verilmiştir. Son olarak, Bölüm 5'te sonuçlar özetlenmiştir.

2. TS Bulanık Model Yapısı

Doğrusal olmayan bir sistem, kural sonuçları doğrusal durum uzay modelleri şeklinde tanımlanmış bir TS bulanık sistem ile yaklaşık olarak modellenebilir. $\dot{x} = f(x, u)$ şeklinde yazılan bir doğrusal olmayan sistem ele alındığında, bulanık kurallar aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$R^i : \text{EĞER } \xi_1[k] M_{i1} \text{ VE } \dots \text{ VE } \xi_L[k] M_{iL} \text{ İSE}$$

O HALDE

$$\begin{aligned} x[k+1] &= A^i x[k] + B^i u[k], \\ y[k] &= C^i x[k] \end{aligned}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

Bu denklemde $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_s]^T \in \mathbb{R}^s$ durum vektörünü, $u \in \mathbb{R}^s$ giriş vektörünü, R^i inci kuralı, $A^i \in \mathbb{R}^{s \times s}$, $B^i \in \mathbb{R}^s$ ve $C^i \in \mathbb{R}^{s \times s}$ inci kuralın durum uzay matrislerini temsil eder. Sistem girdisi olan ξ_j nin M_{ij} bulanık kümesine olan üyelik derecesi $M_{ij}(\xi_j)$ fonksiyonu kullanılarak hesaplanır. Her bir kuralda, doğrusal olmayan $f(x, u)$ sisteminin doğrusallaştırılmış bir durum uzay temsili A ve B matrisleri aracılığıyla kullanılır.

TS bulanık modelin çıkışı aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanır:

$$x[k+1] = \sum_{i=1}^r \mu^i(\xi[k]) \{A^i x[k] + B^i u[k]\} \quad (2)$$

$$y[k] = \sum_{i=1}^r \mu^i(\xi[k]) \{C^i x[k]\} \quad (3)$$

Denklem 3'teki $\mu^i(\xi[k])$ fonksiyonu ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu^i(\xi[k]) = \frac{\lambda^i(\xi[k])}{\sum_{i=1}^r \lambda^i(\xi[k])}, \quad 0 \leq \mu^i(\xi[k]) \leq 1 \quad (4)$$

Denklem 4'teki $\lambda^i(\xi[k])$ kural ateşlenme değerini temsil eder ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\lambda^i(\xi[k]) = \prod_{i=1}^L M_{ij}(\xi[k]) \quad (5)$$

Eğer giriş uzayı üçgen üyelik fonksiyonları kullanılarak eşit olarak bölünmüşse, 4 denkleminin paydası sadeleşir ve

$\sum_{i=1}^r \mu^i(\xi[k]) = 1$ olur. Böylece, 2 ve 3 denklemleri aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir:

$$\begin{aligned} x[k+1] &= \sum_{i=1}^r \lambda^i(\xi[k]) \{A^i x[k] + B^i u[k]\} \\ y[k] &= \sum_{i=1}^r \lambda^i(\xi[k]) \{C^i x[k] \end{aligned} \quad (6)$$

3. Önerilen TS Bulanık Model Tasarım Yöntemi

Bu bölümde, önerilen öğrenme tabanlı TS bulanık modelleme yöntemi tanıtılmaktadır. Geliştirilen yöntemde, TS bulanık modelinin hem öncül üyelik fonksiyonlarının parametreleri hem de sonuç durum uzay matrisleri doğrusal olmayan sistemden toplanan giriş-çıkış ölçümlerini kullanan hibrit bir öğrenme algoritmasıyla belirlenir. Bulanık paralel dağıtılmış kompanzasyon gibi TS bulanık modellerin kullanıldığı denetleyici tasarımlarında, doğrusal olmayan sistemler birkaç farklı çalışma noktası etrafında analitik yöntemlerle doğrusallaştırılır. Önerilen öğrenme tabanlı modelleme yaklaşımı ile, doğrusal olmayan bir sistem için analitik modeline ihtiyaç duyulmadan, doğrusal durum uzayı modelleri şeklinde kural sonuçlarına sahip bir TS bulanık modeli elde edilebilmektedir.

Önerilen hibrit öğrenme algoritması, EKKT yöntemi ve Gİ algoritmasından yararlanmaktadır. Bu yöntemin ilk adımında öncül üçgen üyelik fonksiyonları durum uzayını eşit parçalara bölecek şekilde atanır. Bu varsayımla birlikte, EKKT yöntemi sonuç parametrelerinin (yani A ve B durum uzay matrislerinin) belirlenmesi için bir kez kullanılır. Sonraki adımlarda, gradyan iniş algoritması kullanılarak hem kural öncüllerinin hem de kural sonuçlarının parametrelerinin ince ayarı yapılır.

3.1. Kural Sonuç Parametrelerinin En Küçük Kareler Tahmin Yöntemiyle Belirlenmesi

Kural sonuçlarında kullanılan matrisler aşağıdaki gibidir:

$$A^i = \begin{bmatrix} a_{11}^i & \dots & a_{1s}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{s1}^i & \dots & a_{s}^i \end{bmatrix}, \quad B^i = \begin{bmatrix} b_1^i \\ \vdots \\ b_s^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

Burada $i = 1, 2, \dots, r$ şeklindedir ve r kural sayısını, s durum uzay gösterimindeki durum değişkenlerinin sayısını tanımlamaktadır.

Önerilen eğitim algoritmasında, başlangıçta öncül üyelik fonksiyonları giriş uzayını eşit olarak bölecek şekilde dağılmıştır. 6 numaralı denklemin bilinen kısımları (kontrol işareti, durum değişkeni değerleri, kural ateşleme dereceleri) ve bilinmeyen kısımları (A^i ve B^i matrislerinin elemanları) ayırarak şekilde yeniden düzenleyip, aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$Y_i = U \Phi_i \quad (8)$$

Yukarıdaki denklemde $Y_i = x_i[k+1]$ olur. U ve Φ_i ise aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$U = \begin{bmatrix} \lambda^1(x_1[k])x_1[k] \\ \lambda^1(x_1[k])x_2[k] \\ \vdots \\ \lambda^1(x_1[k])x_s[k] \\ \lambda^1(x_1[k])u[k] \\ \lambda^2(x_1[k])x_1[k] \\ \lambda^2(x_1[k])x_2[k] \\ \vdots \\ \lambda^2(x_1[k])x_s[k] \\ \lambda^2(x_1[k])u[k] \\ \vdots \\ \lambda^r(x_1[k])x_1[k] \\ \lambda^r(x_1[k])x_2[k] \\ \vdots \\ \lambda^r(x_1[k])x_s[k] \\ \lambda^r(x_1[k])u[k] \end{bmatrix} \quad \Phi_i = \begin{bmatrix} a_{i1}^1 \\ a_{i2}^1 \\ \vdots \\ a_{is}^1 \\ b_i^1 \\ a_{i1}^2 \\ a_{i2}^2 \\ \vdots \\ a_{is}^2 \\ b_i^2 \\ \vdots \\ a_{i1}^r \\ a_{i2}^r \\ \vdots \\ a_{is}^r \\ b_i^r \end{bmatrix} \quad (9)$$

A ve B matrislerinin i numaralı satırını temsil eden Φ_i vektörünün elemanları aşağıdaki denklem kullanılarak bulunur:

$$\Phi_i = (U^T U)^{-1} U^T Y_i \quad (10)$$

3.2. Kural Öncül ve Sonuç Parametrelerinin Gradyan İniş Yöntemiyle Belirlenmesi

EKKT yöntemi ile A ve B matrislerinin makul ilk değerleri belirlendikten sonra, kural öncüllerinin ve sonuçlarının ince ayarı Gİ algoritması kullanılarak yapılmaktadır.

Kullanılan J kayıp fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s e_i^2 \quad (11)$$

Her bir durum değişkeni için tanımlanan hata aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1^{des} - x_1^{real} \\ e_2 &= x_2^{des} - x_2^{real} \\ &\vdots \\ e_s &= x_s^{des} - x_s^{real} \end{aligned} \quad (12)$$

12 denkleminde x_i^{des} , i numaralı durum değişkenine verilen referans değeridir. Kayıp fonksiyonunun hataya göre kısmi türevleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\frac{\partial J}{\partial e_1} = e_1, \quad \frac{\partial J}{\partial e_2} = e_2, \quad \dots, \quad \frac{\partial J}{\partial e_s} = e_s \quad (13)$$

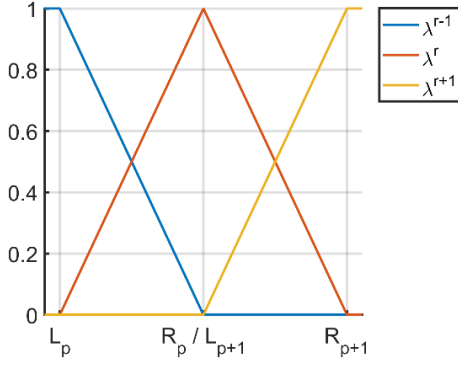
Hata fonksiyonlarının durum değişkenine göre olan kısmi türevleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial e_1}{\partial x_1} = -1, \quad \frac{\partial e_2}{\partial x_2} = -1, \quad \dots, \quad \frac{\partial e_s}{\partial x_s} = -1 \quad (14)$$

3.2.1. Kural Öncül Parametreleri

Tam bölümlenme kullanıldığı için durum uzayı bölen partiyonların sınırlarının elde edilmesi, üyelik fonksiyonlarının parametrelerinin belirlenmesi için yeterlidir. Şekil 1'de görüldüğü gibi

her partiyon p için iki bulanık küme tanımlıdır ve dolayısı ile her giriş değeri için yalnızca iki kural aktif olabilmektedir. Bunlar $\lambda^r(x; L_p, R_p)$ ve $\lambda^{r+1}(x; L_p, R_p)$ olarak gösterilir ve $\lambda^r(x; L_i, R_i) + \lambda^{r+1}(x; L_i, R_i) = 1$ koşulu sağlanır. p ve $p + 1$ partiyonları için $R_p = L_{p+1}$ koşulu sağlanır, bu da eğer n partiyon varsa, sadece $n + 1$ hesaplamının tüm partiyon sınırlarını güncellemek için yeterli olduğu anlamına gelir.



Şekil 1: Giriş değişkeni için tanımlanan üçgen bölümlenme

Üçgen üyelik fonksiyonları λ^r aşağıdaki gibidir:

$$\lambda^r(x_i; L_p, R_p) = \begin{cases} 1 & x_i \leq L_p \\ \frac{R_p - x_i}{R_p - L_p} & L_p < x_i < R_p \\ 0 & R - p \leq x_i \end{cases} \quad (15)$$

Yukarıdaki denklemde L_p ve R_p , p partiyonunun sol ve sağ sınırlarını göstermektedir. Bir öncül değişken, x_i için zincir kuralı kullanılarak gradyanlar aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial L_p} &= \frac{\partial J}{\partial e_i} \frac{\partial e_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial \lambda^r} \frac{\partial \lambda^r}{\partial L_p} \\ \frac{\partial J}{\partial R_p} &= \frac{\partial J}{\partial e_i} \frac{\partial e_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial \lambda^r} \frac{\partial \lambda^r}{\partial R_p} \end{aligned} \quad (16)$$

16 numaralı denklemdeki üyelik fonksiyonun sınırlara göre kısmi türevleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda^r(x_i)}{\partial L_p} &= \frac{R_p - x_i}{(R_p - L_p)^2} \\ \frac{\partial \lambda^r(x_i)}{\partial R_p} &= \frac{x_i - L_p}{(R_p - L_p)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

$\frac{\partial x_i}{\partial \mu^r}$ gradyanı \hat{x}_i^r durum değişkenine eşittir ve bu değişken r numaralı kurala ait doğrusal sistemden gelen x_i durum değişkenidir.

Tüm gradyanlar birleştirildiğinde, genel gradyan denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial L_p} &= (-1)(e_r)(\hat{x}_i^r) \frac{R_p - x_i}{(R_p - L_p)^2} \\ \frac{\partial J}{\partial R_p} &= (-1)(e_r)(\hat{x}_i^r) \frac{x_i - L_p}{(R_p - L_p)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

Üyelik fonksiyonu güncelleme kuralı aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} \hat{L}_p &= L_p - \eta \frac{\partial J}{\partial L_p} \\ \hat{R}_p &= R_p - \eta \frac{\partial J}{\partial R_p} \end{aligned} \quad (19)$$

Yukarıdaki denklemde η öğrenme katsayısıdır.

3.2.2. Kural Sonuç Parametreleri

Sonuç parametrelerinin güncellenme kuralını bulmak için 6 numaralı denklem r sayıda kural ve s sayıda durum değişkeni için genellenabilir. TS- Bulanık modelin tek bir öncül değişkeni olduğu var sayıldığında aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\begin{aligned} x_s[k+1] &= \\ &\lambda^1(x) [a_{s1}^1 x_1[k] + a_{s2}^1 x_2[k] + \dots + a_{ss}^1 x_s[k] + b_s^1 u[k]] \\ &+ \lambda^2(x) [a_{s1}^2 x_1[k] + a_{s2}^2 x_2[k] + \dots + a_{ss}^2 x_s[k] + b_s^2 u[k]] \\ &\vdots \\ &+ \lambda^r(x) [a_{s1}^r x_1[k] + a_{s2}^r x_2[k] + \dots + a_{ss}^r x_s[k] + b_s^r u[k]] \end{aligned} \quad (20)$$

x_s durum değişkeninin A_1 'den A_r 'ye kadar olan kısmi türevleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_s}{\partial a_{s1}^1} &= \lambda^1(x_1[k]) x_1[k] & \frac{\partial x_s}{\partial a_{s1}^2} &= \lambda^2(x_1[k]) x_1[k] \\ \frac{\partial x_s}{\partial a_{s2}^1} &= \lambda^1(x_1[k]) x_2[k] & \frac{\partial x_s}{\partial a_{s2}^2} &= \lambda^2(x_1[k]) x_2[k] \\ &\vdots & &\vdots \\ \frac{\partial x_s}{\partial a_{ss}^1} &= \lambda^1(x_1[k]) x_s[k] & \frac{\partial x_s}{\partial a_{ss}^2} &= \lambda^2(x_1[k]) x_s[k] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_s}{\partial a_{s1}^r} &= \lambda^r(x_1[k]) x_1[k] \\ \frac{\partial x_s}{\partial a_{s2}^r} &= \lambda^r(x_1[k]) x_2[k] \\ &\vdots \\ \frac{\partial x_s}{\partial a_{sj}^r} &= \lambda^r(x_1[k]) x_j[k] \end{aligned}$$

21 numaralı denklem aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir:

$$\frac{\partial x_i}{\partial a_{ij}^r} = \lambda^r(x_1[k]) x_j[k] \quad (22)$$

Böylece aşağıdaki gradyan elde edilir:

$$\frac{\partial J}{\partial a_{ij}^r} = \frac{\partial J}{\partial e_i} \frac{\partial e_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial a_{ij}^r} = -(e_i) [\lambda^r(x_1[k]) x_j[k]] \quad (23)$$

A matrisinin elemanlarının güncelleme kuralı aşağıdaki gibi olur:

$$\hat{a}_{ij}^r = a_{ij}^r - \eta \frac{\partial J}{\partial a_{ij}^r} \quad (24)$$

Yukarıdaki denklemde η öğrenme katsayısıdır.

B matrisleri için x_s durumu değişkeninin B_r matrisine göre olan kısmi türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial x_s}{\partial b_i^r} = \lambda^r(x_1[k]) u[k] \quad (25)$$

Böylece aşağıdaki gradyan elde edilir:

$$\frac{\partial J}{\partial b_i^r} = \frac{\partial J}{\partial e_i} \frac{\partial e_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial b_i^r} = -(e_i) [\lambda^r(x_1[k])u[k]] \quad (26)$$

B matrisinin elemanlarının güncelleme kuralı aşağıdaki gibi olur:

$$\hat{b}_i^r = b_i^r - \eta \frac{\partial J}{\partial b_i^r} \quad (27)$$

4. Benzetim Sonuçları

Sunulan öğrenmeye dayalı modelleme yaklaşımının etkinliğini test etmek için doğrusal olmayan küresel tank sistemi kullanılarak benzetimler yapılmıştır. TS bulanık modelleri 100 iterasyon boyunca tüm veriler kullanılarak eğitilmiş ve benzetimlerde örnekleme süresi olarak 0.01 saniye kullanılmıştır.

4.1. Küresel Tank Sistemi

Küresel tank sisteminin analitik modeli aşağıda verilmiştir:

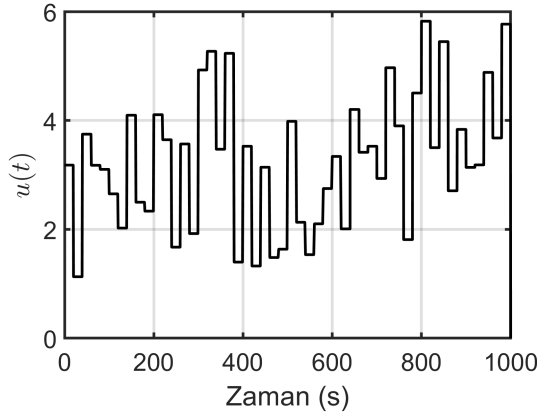
$$Q_o = \sqrt{2g(y - y_0)} \quad (28)$$

$$\dot{y} = \frac{u - Q_o}{\pi[1 - (R - y)^2]}$$

Burada Q_o çıkış debisini, g yerçekimini, y tanktaki su seviyesini, y_0 başlangıçtaki su seviyesini, u tanka giren giriş su debisini ve R tankın yarıçapını göstermektedir.

4.2. Eğitim

Genliği her 20 saniyede bir $[0.1 - 6]$ değerleri arasında rastgele değişen bir sinyal küresel tank sistemini uyararak için uygulanmıştır. Verilen uyarım sinyali ve sistem çıkışı sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir.

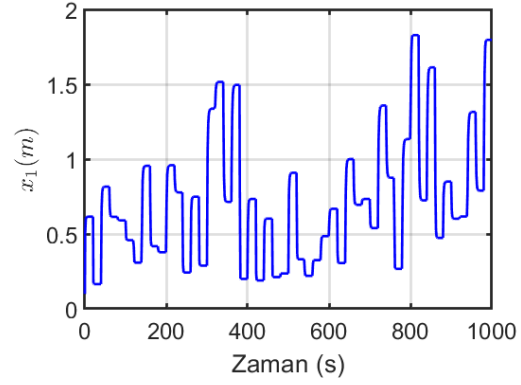


Şekil 2: Eğitim sırasında uygulanan uyarım sinyali

TS bulanık modelinde kural sayısı beş olarak seçilmiştir. Kural sonuçlarında kullanılan doğrusal durum uzay modellerinin her birinde iki durum değişkeni kullanılmaktadır. Önerilen yöntem kullanılarak model eğitildiğinde, aşağıdaki TS bulanık model elde edilir:

$$R^i : \text{EĞER } y[k] M_{i1} \text{ İSE O HALDE}$$

$$x[k + 1] = A^i x[k] + B^i u[k], \quad i = 1, 2, \dots, 5.$$



Şekil 3: Eğitim sırasında elde edilen sistem cevabı

$$A^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -1.13408 & 0.62570 \end{bmatrix} \quad B^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15817 \end{bmatrix}$$

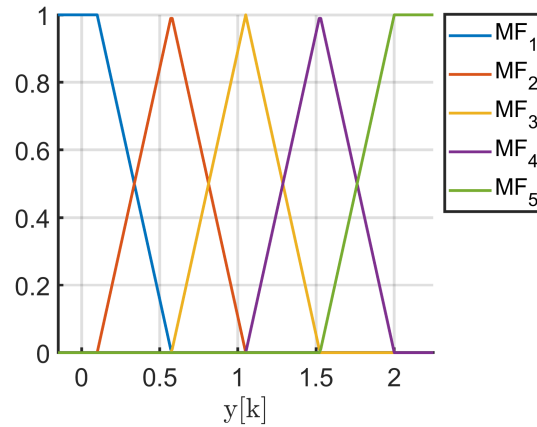
$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -0.52702 & 0.75532 \end{bmatrix} \quad B^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.10034 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -0.51280 & 0.57107 \end{bmatrix} \quad B^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.12514 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -0.53975 & 0.61487 \end{bmatrix} \quad B^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15558 \end{bmatrix}$$

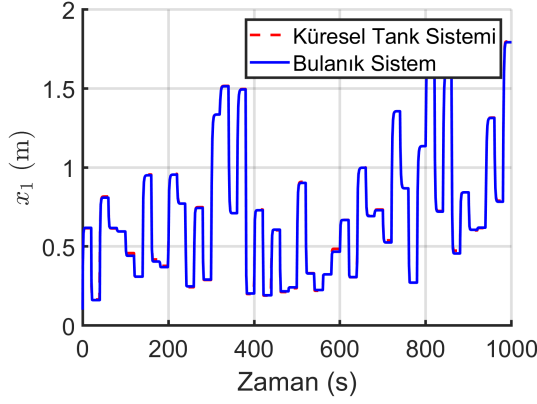
$$A^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ -0.64724 & 0.76216 \end{bmatrix} \quad B^5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.21046 \end{bmatrix}$$

Eğitilen modelin yeni üyelik fonksiyonları Şekil 4'te gösterilmiştir:

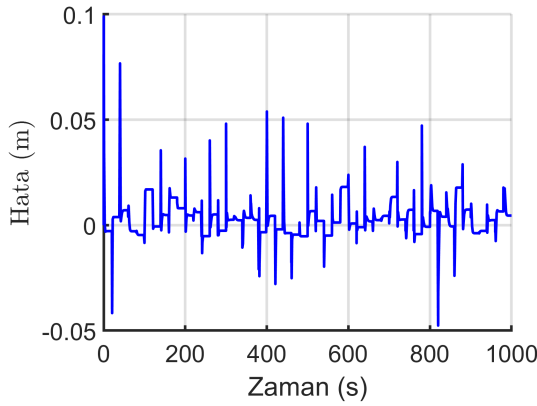


Şekil 4: Eğitim sonucu elde edilen üyelik fonksiyonları

Eğitilen modelin cevabı ve gerçek sistem cevabı Şekil 5'te gösterilmiştir. Elde edilen modelleme hatası ise Şekil 6'da gösterilmiştir. Modelleme sonucu hataların karelerinin ortalamasının kare kökü (HKOK) değeri 7.28810^{-3} olarak elde edilmiştir ve bu değer eğitilen TS bulanık modelin yüksek doğrulukla sistemi ifade ettiğini göstermektedir.



Şekil 5: Eğitilen TS bulanık modelin cevabının küresel tank sistem cevabı ile karşılaştırılması



Şekil 6: Eğitilen TS bulanık modelin eğitim hatası

4.3. Test

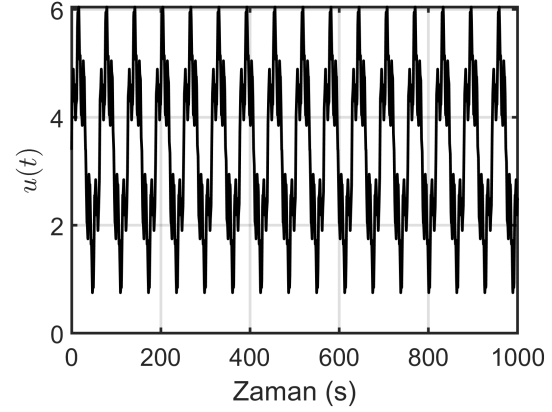
Eğitilen modelin başarımını test etmek için 30 numaralı denklemde verilen ve Şekil 7’ de gösterilen uyarım sinyali kullanılmıştır.

$$u[k] = 1.9 \sin 0.1k + 0.8 \sin 0.5k + 0.2 \sin k + 0.2 \sin 2k \quad (30)$$

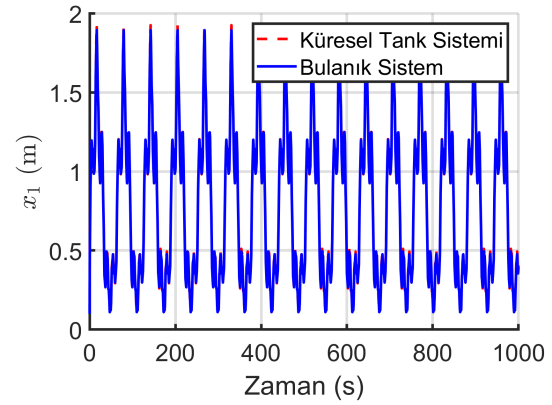
Elde edilen model ve sistem cevapları ile modelleme hatası sırasıyla Şekil 8 ve Şekil 9’ da gösterilmiştir. Elde edilen HKOK değeri 12.44410^{-3} şeklindedir. Test sonuçlarından görüldüğü gibi önerilen yöntem ile elde edilmiş TS bulanık model oldukça düşük bir hata ile gerçek sistem davranışını sergileyebilmektedir.

5. Sonuçlar

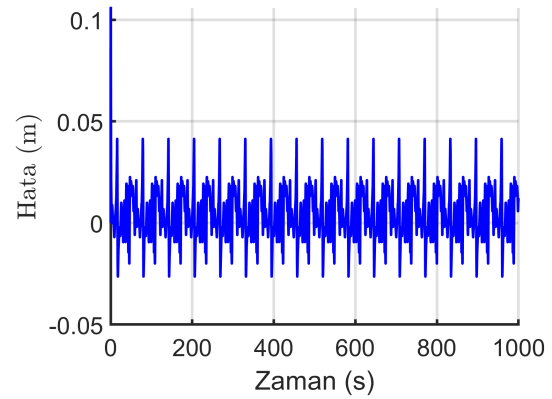
Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemler için öğrenme tabanlı bir TS bulanık modelleme yöntemi önerilmiştir. Hem en küçük kareler tahmin yöntemi hem de gradyan iniş yöntemini birlikte kullanan hibrit öğrenme yöntemi, doğrusal olmayan sistemin yalnızca giriş-çıkış ölçümlerini kullanarak TS bulanık modelinin tüm parametre değerlerini belirleyebilmektedir. Önerilen yöntemin başarımını ölçmek amacıyla küresel tank doğrusal olmayan sistemi seçilmiştir ve testler için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Benzetim sonuçları, önerilen yöntem ile küresel



Şekil 7: Test için kullanılan uyarım sinyali



Şekil 8: Uygulanan test sinyali sonucu elde edilen TS bulanık model ve küresel tank sistem cevaplarının karşılaştırılması



Şekil 9: Eğitilen TS bulanık modelin test hatası

tank sisteminin TS bulanık modelinin yüksek doğrulukta elde edilebildiğini göstermiştir.

Önerilen yöntem sayesinde, doğrusal olmayan bir sistem için kural çıkışları doğrusal durum uzay modelleri şeklinde tanımlanmış bir TS bulanık model çıkarılırken sistemin analitik modeline ihtiyaç duyulmamaktadır. Bu nedenle önerilen yöntemin kullanılması ile analitik modeli çıkarılmayan ya da çıkarılması zahmetli ve maliyetli olan doğrusal olmayan sistem-

ler için de bu tip TS bulanık modeller elde edilebilmekte ve bu sistemler için de bulanık paralel dağıtılmış kompozisyon gibi modele dayalı kontrol sistemleri uygulanabilir hale gelmektedir.

Gelecek çalışmalarda değişken parametrelere sahip doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi için önerilen yöntemin çevrim içi uyarlanabilir hale getirilmesi planlanmaktadır.

6. Kaynakça

- [1] B. Kosko, "Fuzzy systems as universal approximators," *IEEE Transactions on Computers*, vol. 43, no. 11, pp. 1329–1333, 11 1994, event-title: IEEE Transactions on Computers.
- [2] J. Castro, "Fuzzy logic controllers are universal approximators," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 25, no. 4, pp. 629–635, 4 1995, event-title: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.
- [3] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy model," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 15–33, 10 1988.
- [4] C.-W. Xu, "Fuzzy systems identification," *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, vol. 136, no. 4, pp. 146–150, 7 1989, publisher: IET Digital Library.
- [5] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, 1 1985, event-title: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.
- [6] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 135–156, 1 1992.
- [7] B. Rezaee and M. H. F. Zarandi, "Data-driven fuzzy modeling for takagi–sugeno–kang fuzzy system," *Information Sciences*, vol. 180, no. 2, pp. 241–255, 1 2010.
- [8] S.-J. Lee and C.-S. Ouyang, "A neuro-fuzzy system modeling with self-constructing rule generation and hybrid svd-based learning," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 341–353, 6 2003, event-title: IEEE Transactions on Fuzzy Systems.
- [9] J.-S. Jang, "Anfis: adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 23, no. 3, pp. 665–685, 5 1993, event-title: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.
- [10] J.-S. Jang and C.-T. Sun, "Neuro-fuzzy modeling and control," *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 3, pp. 378–406, 3 1995, event-title: Proceedings of the IEEE.
- [11] R. Babuška and H. Verbruggen, "Neuro-fuzzy methods for nonlinear system identification," *Annual Reviews in Control*, vol. 27, no. 1, pp. 73–85, 1 2003.
- [12] M. Al-Fetyani, M. Hayajneh, and A. Alsharkawi, "Design of an executable anfis-based control system to improve the attitude and altitude performances of a quadcopter drone," *International Journal of Automation and Computing*, vol. 18, no. 1, pp. 124–140, 2 2021.
- [13] M. Mir, M. Kamyab, M. J. Lariche, A. Bemani, and A. Baghban, "Applying anfis-pso algorithm as a novel accurate approach for prediction of gas density," *Petroleum Science and Technology*, vol. 36, no. 12, pp. 820–826, 6 2018, publisher: Taylor & Francis eprint: <https://doi.org/10.1080/10916466.2018.1446176>.
- [14] S. Shamshirband, M. Hadipoor, A. Baghban, A. Mosavi, J. Bukor, and A. R. Várkonyi-Kóczy, "Developing an anfis-pso model to predict mercury emissions in combustion flue gases," *Mathematics*, vol. 7, no. 10, p. 965, 10 2019, number: 10 publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [15] M. Hesami, R. Naderi, M. Tohidfar, and M. Yoosefzadeh-Najafabadi, "Application of adaptive neuro-fuzzy inference system-non-dominated sorting genetic algorithm-ii (anfis-nsgaii) for modeling and optimizing somatic embryogenesis of chrysanthemum," *Frontiers in Plant Science*, vol. 10, p. 869, 2019.
- [16] S. Farhadi, M. Salehi, A. Moieni, N. Safaie, and M. S. Sabet, "Modeling of paclitaxel biosynthesis elicitation in corylus avellana cell culture using adaptive neuro-fuzzy inference system-genetic algorithm (anfis-ga) and multiple regression methods," *PLOS ONE*, vol. 15, no. 8, p. e0237478, 8 2020, publisher: Public Library of Science.
- [17] R. Qi and M. Brdys, "Adaptive fuzzy modelling and control for discrete-time nonlinear uncertain systems," 6 2005, pp. 1108–1113 vol. 2, ISSN: 2378-5861.
- [18] R. Weinstein, J. E. Hubbard, and M. Cunningham, "Fuzzy modeling and parallel distributed compensation for aircraft flight control from simulated flight data." Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 6 2018, [Online; accessed 2022-03-12].
- [19] R. Qi and M. A. Brdys, "Stable indirect adaptive control based on discrete-time t-s fuzzy model," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, no. 8, pp. 900–925, 4 2008.
- [20] R. Maiti, K. Das Sharma, G. Sarkar, and S. Chandra, "Modeling and control of delayed, nonlinear, uncertain, and disturbed air heater employing fuzzy pdc-11 adaptive scheme," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 11, pp. 11328–11338, 11 2021, event-title: IEEE Transactions on Industrial Electronics.