

Koordinat Dönüşümü Tabanlı Ayrık Zamanlı Kayan Kipli Kontrolcü ile Araba Sarkaç Sisteminin Kontrolü

Control of Cart Pendulum System with Discrete Time Sliding Mode Controller Based on Coordinate Transformation

Serdar Özen¹, Fatih Adıgüzel¹

¹Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

{serdar.ozen}@std.yildiz.edu.tr, {fadiguzel}@yildiz.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, iki serbestlik dereceli eksik eyleyicili araba sarkaç mekanik sisteminin ayrık zamanlı koordinat dönüşümü tabanlı kayan kipli kontrolcü tasarımı ile kararsız denge notasında kararlı kılınması ele alınmaktadır. Araba sarkaç sistem dinamiği Euler yaklaşımı kullanılarak ayrıklaştırılmış modeli elde edildikten sonra kısmi geri beslemeli iç döngü kontrolcü yapısı verilmiştir. Sonrasında, kayan kipli kontrol yapısı doğrusal olmayan ayrık zamanlı bir koordinat dönüşümü yardımıyla tasarlanmıştır. Son olarak, önerilen ayrık zamanlı kontrol algoritmasının etkinliğini ve uygulanabilirliğini göstermek için çeşitli sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Abstract

In this study, the stabilization of the two degree of freedom under-actuated cart pendulum mechanical system with designing a sliding mode controller based on the discrete-time coordinate transformation at the unstable equilibrium point is addressed. The discretized model of the cart pendulum system is obtained by utilizing the Euler approach, and then the partial feedback inner loop controller structure is given. Then, the sliding mode control structure is designed with the help of a nonlinear discrete-time coordinate transformation. Finally, in order to demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed discrete-time controller algorithm, the various numerical simulation works are performed.

1. Giriş

Araba sarkaç sistemi veya ters sarkaç sistemi iki serbestlik derecesine sahip eksik eyleyicili doğrusal olmayan ve literatürde oldukça fazla ilgi görmüş bir sistemdir. Bu sistemlere ilginin fazla oluşu, araba sarkaç sisteminin esnek eklemlerli robotlar [1], mobil robotlar ve su altı araçlar [2,3] gibi sistemlerin performanslarının bu sistem üzerinde test edilebiliyor

olmasıdır. Bu sistemler birçok farklı sürekli zamanlı/ ayrık zamanlı ve doğrusal / doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin uygulandığı sistemlerdir. Ayrıca, farklı yöntemler için performans ölçümü yapıldığı açık problemlere sahip doğrusal olmayan bir sistemlerdir. Literatürde araba sarkaç sistemleri üzerine gerçekleştirilmiş bazı kontrol yöntemleri: pasiflik tabanlı kontrol [4], [5], geri adımlamalı kontrol [6], [7], [8], uyarlamalı kontrol [9], kayan kipli kontrol [10], uyarlamalı bulanık kayan kipli kontrol [11], hata toleranslı kayan kipli kontrol [12] şeklinde sıralanmaktadır.

Eksik eyleyicili sistemlerin kontrolünde kayan kipli kontrol yöntemi literatürde özellikle ilgilendirilmiştir [13–16], çünkü bu yöntem hem doğrusal olmayan sistemler için uygulanabilir hem de parametrik bozululara ve dış bozululara karşı dayanıklı bir kontrol yöntemidir. Ancak bahsedilen kontrol yöntemleri ağırlıklı olarak sürekli zamanda tasarlanmış kontrol yöntemleridir. Diğer taraftan, bu yöntemlerin uygulanmasında mikrodenetleyici veya bilgisayar kullanılmaktadır. Ayrıca, ayrık zamanlı kayan kipli kontrolcünde sınırlı anahtarlama frekansı sayesinde ayrık zamanlı kayan kipli kontrol yöntemi, sürekli zamanlı kayan kipli kontrolcünde anahtarlama yüzeyinde kontrol işaretinin tutulmasından kaynaklanan çatırdama problemini ortadan kaldırabilmektedir. Bunlar göz önünde bulundurulduğunda, kontrol yönteminin doğrudan ayrık zamanda tasarlanması daha uygun görünmektedir. Bir sınıf eksik eyleyicili doğrusal olmayan mekanik sistem için ayrık zamanlı enerjinin şekillendirilmesi tabanlı kontrol [17, 18], ayrık zamanlı geri adımlamalı kontrol [19, 20] ve kararsız denge noktasında doğrusallaştırılmış sistem dinamiği ile ayrık zamanlı kayan kipli kontrol [21, 22] literatürde mevcuttur. Bu noktada belirtilebilir ki ayrık zamanlı kontrolcü tasarımı ile elde edilen kararlılık koşulları ve kontrolcü kazanç değerleri, sürekli zamanlı kontrolcü tasarımları sonrasında elde edilen kararlılık koşulları ve kontrolcü kazançları ile farklılıklar göstermektedir. Kayan kipli kontrolcü tasarımı yanlış yapılandırıldığında fazla çatırdama ve hatta kararsızlık meydana gelebilmektedir [23].

Bu çalışmada, araba sarkaç sistemi için ayrık zamanlı doğrusal olmayan kayan kipli kontrol yapısı, ayrık zamanlı doğrusal olmayan bir koordinat dönüşümüyle tasarlanmıştır.

Ayrıklaştırılmış sistem dinamiği literatürde oldukça fazla kullanılan ileri Euler yöntemi ile elde edilmiş ve kayan kipli kontrol yapısı öncesinde sistem kısmi geri besleme ile kısmi olarak doğrusallaştırılmıştır. Sistemin asimptotik kararlılığı uygun bir aday Lyapunov fonksiyonu ile gösterilmiştir. Literatürdeki diğer yayınlardan farklı olarak, araba sarkaç sistemi için tasarlanan kayan kipli kontrolcü yapısı doğrudan ayrık zamanda elde edilmiştir. [24, 25] çalışmalarında, kısmi geri besleme kontrolcüsü sonrasında ortaya çıkan sistem dinamiğine doğrudan ayrık zamanlı kayan kipli kontrol yapısı uygulanmaktadır. Şunu belirtmek gereklidir ki kısmi geri besleme sonrasında kontrol işareti doğrudan hem araç hem de sarkaç dinamiğini etkilemektedir. Ancak, bu çalışmada koordinat dönüşümü sonrasında sadece araç dinamiğini etkileyen kontrol işareti üzerinden kayan kipli kontrolcü inşa edilmiştir. Önerilen ayrık zamanlı koordinat dönüşümü ile eksik eyleyicili araba sarkaç sistemi dinamik modeli geri beslemeli formda özel bir kaskat doğrusal olmayan sisteme dönüşmüş olmaktadır.

Bu çalışmanın geri kalan kısmı şu şekildedir. Bir sonraki başlıkta, araba sarkaç sisteminin Euler-Lagrangian formülasyonu tabanlı sistem dinamiğinin elde edilmesi tanıtılmıştır. Sonraki başlıkta, ilk olarak Euler yaklaşıklığı ile elde edilmiş sistem dinamiği türetilmiştir, sonra ayrık zamanlı kısmi geri beslemeli kontrolcü tasarlanmıştır. Dördüncü alt başlıkta, ayrık zamanlı koordinat dönüşümü ve ayrık zamanlı kayan kipli kontrolcü yapıları verilmiştir ve bu alt başlıkta kayma yüzeyinin yakınsama analizi ışığında kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlılığından bahsedilmiştir. Farklı başlangıç noktaları ile önerilen ayrık zamanlı kontrol yapısının etkinliği sayısal benzetim çalışmaları ile test edilmiştir. Son başlıkta, bu çalışmanın sonuçlarından ve gerçekleştirilmesi planlanan akademik çalışmalardan bahsedilmiştir.

2. Araba Sarkaç Dinamik Denklemleri

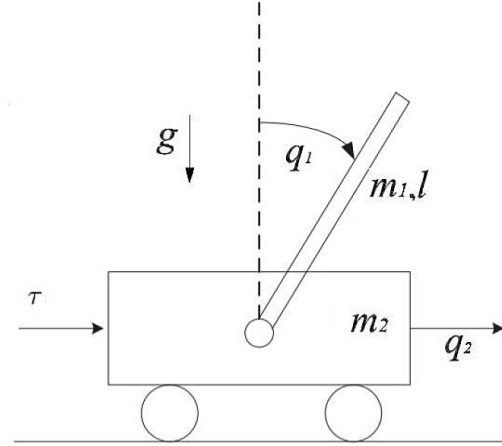
Euler-Lagrangian formülasyonu ile sistemin hareket denklemleri sistemin enerjisi üzerinden elde edilmektedir. Basit mekanik sistemlerin, Lagrangian ifadesi kinetik enerji ve potansiyel enerji arasındaki fark (yarı pozitif tanımlı) biçiminde tanımlanmaktadır. Lagrangian ifadesi (1) denklemi ile tanımlanmaktadır.

$$\mathcal{L} = K(q, \dot{q}) - V(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} - V(q) \quad (1)$$

burada $q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) \in Q$, sistemdeki serbestlik derecesini gösteren n boyutlu konfigürasyon manifold'a (Q) ait olan konfigürasyon vektörünü göstermektedir. $K(q, \dot{q})$ sistemin toplam kinetik enerji fonksiyonunu, $V(q)$ sistemin toplam potansiyel enerji fonksiyonunu, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simetrik pozitif tanımlı olan atalet matrisini göstermektedir. Böylece mekanik sisteme ait hareket denklemlerini elde etmek için sistem Euler-Lagrange denklemi

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (2)$$

şeklinde verilmektedir. (2) denklemde $\tau \in \mathbb{R}^n$ sistem kontrol girişlerini ifade etmektedir. τ ifadesine genelleştirilmiş kuvvet vektörü ismi verilmektedir.



Şekil 1: Bir araba sarkaç sisteminin gösterimi

Araba sarkaç sisteminde, araba ile yatay kuvvetler elde edilerek, kararsız denge noktasında sarkacın dengede tutulması temel hedefdir. Şekil 1 ile araba sarkaç sistemi grafiksel olarak gösterilmiştir. Şekil üzerinde q_1 sarkaç açısını ve q_2 araç konumunu, \dot{q}_1 sarkacın açısal hızını, \dot{q}_2 aracın doğrusal hızını, m_1 ve m_2 sarkacın kütlesi ve aracın kütlesini, l sarkacın uzunluğunu, τ kontrol girişini ve g ise yerçekimi ivmesini göstermektedir. Euler-Lagrange yaklaşımı ile dinamik denklemler elde edilmesi için ilk olarak araba sarkacın konumu üzerinden kinetik ve potansiyel enerji denklemlerinin yazılması gerekmektedir. Araba sarkaç sistemine ait kinetik enerji denklemi

$$K = \frac{1}{2} m_1 \dot{A}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{B}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{A}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{B}_2^2 \quad (3)$$

burada $A_1 = q_2, A_2 = 0, B_1 = q_2 + l \sin(q_1), B_2 = l \cos(q_1)$ olmak üzere elde edilmektedir. Bu durumda araba sarkaç sistemine ait kinetik ve potansiyel enerji denklemleri sırasıyla

$$K = \frac{1}{2} m_1 l^2 \dot{q}_1^2 - m_1 l \cos(q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{q}_2^2 \quad (4)$$

ve

$$V = m_1 g l \cos(q_1) \quad (5)$$

şeklinde elde edilmektedir. Bir sonraki adımda (1) denklemi ile Lagrangian fonksiyonu (6) oluşturulmaktadır.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= K - V \\ &= \frac{1}{2} m_1 l^2 \dot{q}_1^2 - m_1 l \cos(q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{q}_2^2 - m_1 g l \cos(q_1). \end{aligned} \quad (6)$$

Son olarak (2) denklemi

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = \{1, 2\} \quad (7)$$

tekrar yazılarak, $m_{11}(x_1) = m_1 l^2, m_{12}(x_1) = m_{21}(x_1) = m_1 l \cos(q_1), m_{22}(x_1) = m_1 + m_2, h_1(x_1) = -m_1 g l \sin(q_1),$

$h_2(x_1, x_2) = m_1 \sin(q_1) \dot{q}_1^2$ ve $\tau = \tau_2$ atamaları ile

$$m_{11} \ddot{q}_1 + m_{12} \ddot{q}_2 + h_1 = 0 \quad (8)$$

$$m_{21} \ddot{q}_1 + m_{22} \ddot{q}_2 + h_2 = \tau_2 \quad (9)$$

olarak dinamik denklemler elde edilmektedir. Burada $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ şeklinde tanımlanmaktadır. Sistem eksik eyleyici bir yapıda olduğu için $\tau_1 = 0$ alınmaktadır.

3. Kısmi Geribesleme ile Doğrusallaştırma

Araba sarkaç sistemini durum uzay gösterimine geçirmek için $x_1 = q_1, x_2 = \dot{q}_1, x_3 = q_2, x_4 = \dot{q}_2$ olarak tanımlanırsa,

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (10)$$

$$m_{11} \dot{x}_2 + m_{12} \dot{x}_4 + h_1 = 0 \quad (11)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (12)$$

$$m_{21} \dot{x}_2 + m_{22} \dot{x}_4 + h_2 = \tau_2 \quad (13)$$

denklemler elde edilmektedir. Sistem (10)-(13)'e (14) ile verilen ileri Euler metodu

$$\dot{x}_i \cong \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{T} \quad i = \{1, 2, 3, 4\} \quad (14)$$

uygulanırsa

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + T x_2(k) \\ x_3(k+1) &= x_3(k) + T x_4(k) \end{aligned} \quad (15)$$

ve

$$\begin{aligned} m_{11}(k) \frac{x_2(k+1) - x_2(k)}{T} + m_{12}(k) \frac{x_4(k+1) - x_4(k)}{T} \\ + h_1(k) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m_{21}(k) \frac{x_2(k+1) - x_2(k)}{T} + m_{22}(k) \frac{x_4(k+1) - x_4(k)}{T} \\ + h_2(k) = \tau_2 \end{aligned} \quad (17)$$

denklemler elde edilmektedir. (16) denkleminin ilk denklemden $(x_2(k+1) - x_2(k))/T$ çekilip ikinci denkleme yerine yazılır ve

$$\begin{aligned} \tau_2(k) &= -m_{21}(k) m_{11}^{-1}(k) h_1(k) + h_2(k) + (m_{22}(k) \\ &- m_{21}(k) m_{11}^{-1}(k) m_{12}(k)) (u(k) - x_4(k)) \end{aligned} \quad (18)$$

olarak verilirse,

$$x_1(k+1) = x_1(k) + T x_2(k) \quad (19)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) - T m_{11}^{-1} m_{12} (u - x_4(k)) - T m_{11}^{-1} h_1 \quad (20)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + T x_4(k) \quad (21)$$

$$x_4(k+1) = (1 - T) x_4(k) + T u(k) \quad (22)$$

biçiminde kısmi doğrusallaştırılmış ayrık zamanlı sistem dinamiği elde edilmektedir. Eksik eyleyici mekanik sistemler geri besleme ile tam doğrusallaştırılmazlar fakat kısmi olarak doğrusallaştırılabilirler. Ancak, yeni kontrol girişi $u(k)$ iki farklı denkleme görülmektedir. Bu çalışmada, bu problemi aşmak için bir sonraki başlıkta ayrık zamanlı koordinat dönüşümü önerilmektedir.

4. Koordinat Dönüşümü ve Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı

Kısmi olarak doğrusallaştırılmış araba sarkaç sistem dinamiği, doğrusal olmayan bir koordinat dönüşümü sayesinde dördüncü mertebeden ayrık zamanlı bir dinamiğe dönüştürülmektedir. Ayrıca, elde edilen sistem dinamiğine kolaylıkla kayan kipli kontrol yöntemi uygulanmaktadır.

4.1. Koordinat Dönüşümü

(q_r, p_r) yeni koordinatları temsil etmek üzere

$$q_r(k) = m_{11}(k-1)x_1(k) + m_{12}(k-1)x_4(k-1) \quad (23)$$

$$p_r(k) = m_{11}(k)x_2(k) + m_{12}(k)x_4(k) + T h_1(k-1) \quad (24)$$

şeklinde ayrık zamanlı bir koordinat dönüşümü önerilsin. Burada önerilen doğrusal olmayan koordinat dönüşümü [20] çalışmasında önerilen koordinat dönüşümünün oldukça basitleştirilmiş halidir. $\phi_1(k) = -m_{12}(k-1)x_4(k-1)$, $\phi_2(k) = -T h_1(k-1)$ olmak üzere, (23)- (24) denklemlerinin bir örnekleme zamanı sonrasındaki dinamiği

$$q_r(k+1) = q_r(k) + p_r(k) + \phi_1(k) \quad (25)$$

$$p_r(k+1) = p_r(k) + \phi_2(k) \quad (26)$$

olarak hesaplanmaktadır. Bu dönüşüm sonrasında, (19)-(22) denklemler grubu

$$q_r(k+1) = q_r(k) + p_r(k) + \phi_1(k) \quad (27)$$

$$p_r(k+1) = p_r(k) + \phi_2(k) \quad (28)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + T x_4(k) \quad (29)$$

$$x_4(k+1) = (1 - T)x_4(k) + T u(k) \quad (30)$$

halini almaktadır.

4.2. Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı

Eşitlik kontrol tabanlı ayrık zamanlı kayan kipli kontrolcü için daha sonra önerilecek kayma yüzeyinin $(s(k))$ bir örnekleme zamanı boyunca farkı, farklı bir ifadeyle exponansiyel erişim kuralı

$$s(k+1) - s(k) = -qT s(k) - \epsilon T \text{sign}(s(k)) \quad (31)$$

biçiminde yazılabilmektedir [26, 27] ki burada $q > 0$ ve $\epsilon > 0$ kontrolcü tasarım kazançlarıdır ve $1 - qT > 0$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde seçilmektedir. Kayma yüzeyi $s(k)$

$$s(k) = k_1 q_r + k_2 p_r + k_3 x_3 + x_4 \quad (32)$$

biçiminde seçilirse, (27)- (30) kullanılarak $s(k+1)$

$$\begin{aligned} s(k+1) &= k_1 q_r(k+1) + k_2 p_r(k+1) \\ &+ k_3 x_3(k+1) + x_4(k+1) \\ &= k_1 (q_r + p_r + \phi_1) + k_2 (p_r + \phi_2) \\ &+ k_3 (x_3 + T x_4) + (1 - T)x_4 + T u \end{aligned} \quad (33)$$

şeklinde elde edilmektedir. (31) eşitliğini elde etmek için sisteme uygulanması gereken kontrol sinyali

$$\begin{aligned} u(k) &= \\ &- \left(\frac{k_1 (p_r + \phi_1) + k_2 \phi_2}{T} + (k_3 - 1)x_4 + q s + \epsilon \text{sign}(s) \right) \end{aligned} \quad (34)$$

şeklinde tasarlanmaktadır. Bu noktada, erişim kuralının yakınsama analizi için aday Lyapunov fonksiyonu $V(k)$

$$V(k) = s^2(k) \quad (35)$$

olarak seçilirse ve

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(k+1) - V(k) \\ &= s^2(k+1) - s^2(k) < 0, \quad s(k) \neq 0 \end{aligned} \quad (36)$$

sağlanması durumunda ayrık zamanlı doğrusal olmayan sistem (27-30) asimptotik olarak kararlı olmaktadır. Örnekleme zamanının yeterince küçük ve q kontrolcü değişkeni ($2 - qT$) > 0 eşitsizliğini sağlayacak şekilde seçilmek üzere, (36) eşitsizliğini,

$$s(k+1) - s(k) = -(qT|s| + \epsilon T) \text{sign}(s) \quad (37)$$

$$s(k+1) + s(k) = ((2 - qT)|s| - \epsilon T) \text{sign}(s) \quad (38)$$

eşitlikleri ve

$$\text{Eğer } s > 0 \text{ ise } (37) < 0 \text{ \& } (38) > 0$$

$$\text{Eğer } s < 0 \text{ ise } (37) > 0 \text{ \& } (38) < 0$$

durumları göz önünde bulundurularak

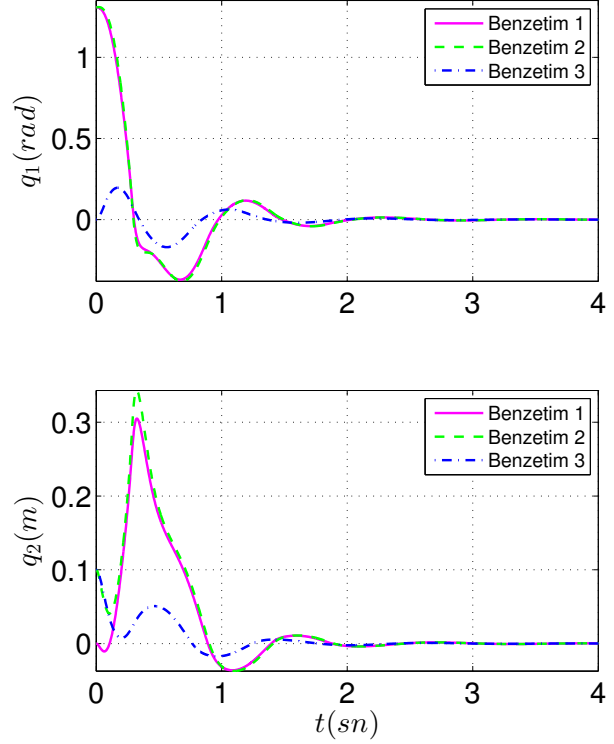
$$\begin{aligned} s^2(k+1) - s^2(k) &= (s(k+1) - s(k))(s(k+1) + s(k)) \\ &= -(qT|s| + \epsilon T)((2 - qT)|s| - \epsilon T)(\text{sign}(s))^2 \\ &= -(qT|s| + \epsilon T)((2 - qT)|s| - \epsilon T) < 0 \end{aligned} \quad (39)$$

şeklinde gösterilmektedir. Böylece tasarlanan kontrol kuralı (34), (27)-(30) sistemini asimptotik olarak kararlı kılmaktadır [28]. Ayrıca, (19) ve (20) denklemlerine uygulanan koordinat dönüşümü (25) ve (26), x_4 durumunun sifıra sürülmesi durumunda x_1 ve x_2 durumlarının denge noktasına sürülmesi garanti etmektedir.

5. Benzetim Sonuçları

Eksik eyleyicili araba sarkaç sistemi için önerilen ayrık zamanlı kontrol yapısının etkinliğinin gösterilmesi, MATLAB ortamında yapılan benzetim çalışmaları ile gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmalarında çözücü adım süresi $100 \mu s$, kontrolcü örnekleme süresi ise $50 ms$ olarak ayarlanmıştır. Benzetimlerde kullanılan sistem parametre değerleri [29] çalışmasından $m_1 = 1.12 kg$, $m_2 = 0.11 kg$, $l = 0.1407 m$ ve $g = 9.8 m/s^2$ olarak alınmıştır. Kontrolcü kazançları $k_1 = 0.2$, $k_2 = 5$, $k_3 = 20$ ve $q = 15$, $\epsilon = 0.1$ olarak atanmıştır. Önerilen yöntemin etkinliği üç farklı başlangıç değerlerinde test edilmiştir. Her bir başlangıç noktası sırasıyla $[q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2] = [\pi/2 - \pi/12, 0, 0, 0]$ (Benzetim 1), $[q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2] = [\pi/2 - \pi/12, 0.1, 0, 0]$ (Benzetim 2), $[q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2] = [0, 0.1, 0, 0]$ (Benzetim 3) olarak seçilmiştir.

Farklı başlangıç noktalarından başlatılan araba sarkaç sisteminin önerilen ayrık zamanlı kontrolcü altındaki davranışı, arkaç açısının değişimi ve sisteminin konum değişimi Şekil 2'de sarkaç hızının değişimi ve sisteminin hızının değişimi Şekil 3'de ve kontrol sinyalinin değişimi ve (q_r, p_r) koordinatlarının değişimi Şekil 4'de sunulmaktadır.

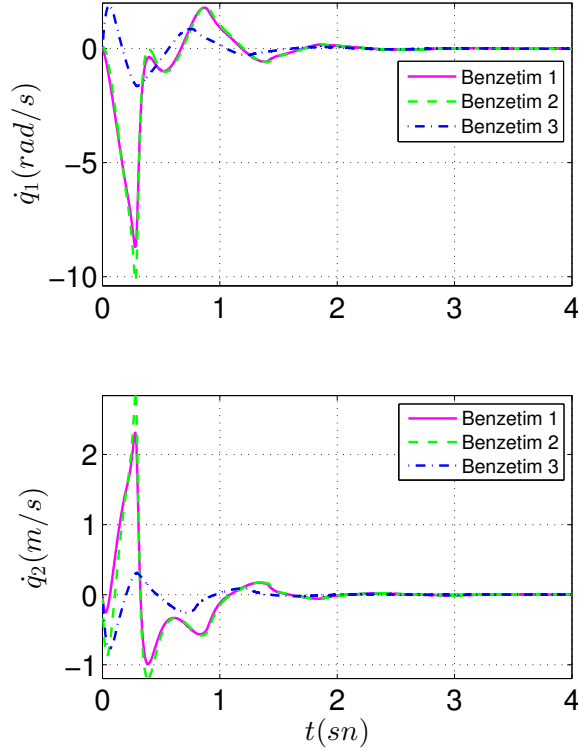


Şekil 2: Sarkaç açısının değişimi ve sisteminin konum değişimi.

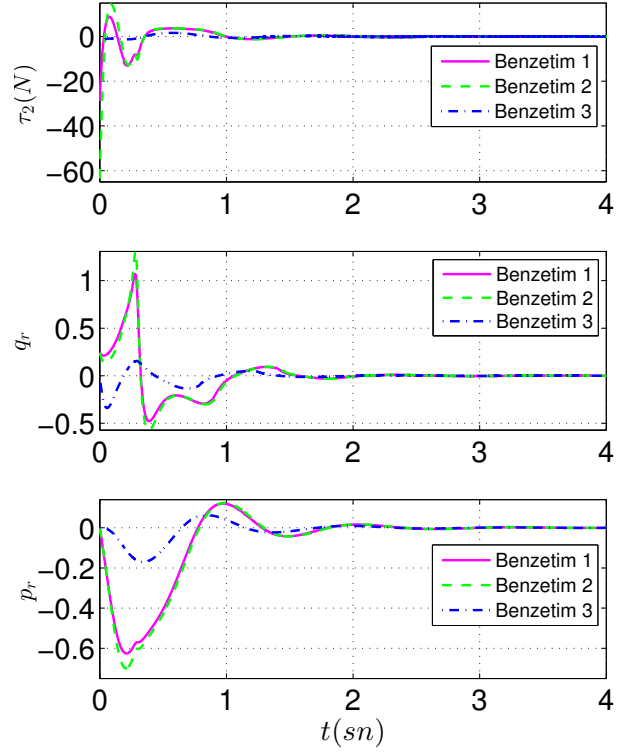
Elde edilen sonuçlar neticesinde, hem sarkaç açısı hem de araba pozisyonunun denge noktasına yaklaşık 2 sn'de oturduğu görülmektedir. Bunun yanında koordinat dönüşümü değişkenlerinin (q_r, p_r) kontrolcü tarafından kararlı kılındığı gözlemlenmektedir. Teorik analizlerin ışığında, benzetim sonuçlarından anlaşılmaktadır ki kısmi geri beslemeli kontrolcü sonrasında daha basit bir dinamik yapıya uygulanan koordinat dönüşümü tabanlı kayan kipli kontrolcünün başarısı görülmektedir.

6. Sonuçlar

Araba sarkaç sistemi için bu çalışmada ayrık zamanlı kayan kipli bir kontrolcü yapısı önerilmiştir. Ayrık zamanlı kontrolcü öncesinde kısmi geri beslemeli bir iç döngü kontrolcü verilmektedir. Sonrasında, geri besleme ile kısmi doğrusallaştırılmış sisteme uygulanacak kontrol tasarımını basitleştirmek amaçlı doğrusal olmayan bir koordinat dönüşümü uygulanmaktadır. Ardından, kayan kipli kontrol yöntemi ile sistemin kararsız denge noktasında kararlılığı sağlanmaktadır. Kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlılığından bahsedildikten sonra farklı başlangıç noktalarından başlatılan araba sarkaç sistemi benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Benzetim sonuçları önerilen koordinat dönüşümü tabanlı ayrık zamanlı kayan kipli kontrolcü yapısının başarısını göstermektedir. Bu çalışma sonrasında, önerilen kontrolcü yapısının sistem belirsizlikleri



Şekil 3: Sarkaç hızının değişimi ve sistemin hızının değişimi.



Şekil 4: Kontrol sinyali ve (q_r, p_r) koordinatlarının değişimi.

ve dış bozucuların varlığında geliştirilmesi, bilinen kontrol yapıları ile karşılaştırılması ve farklı eksik eyleyicili doğrusal olmayan sistemlere uygulanması hedeflenmektedir.

7. Kaynakça

- [1] S. Zaare and M. R. Soltanpour, "Adaptive fuzzy global coupled nonsingular fast terminal sliding mode control of n-rigid-link elastic-joint robot manipulators in presence of uncertainties," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 163, p. 108165, 2022.
- [2] I. Fantoni, R. Lozano, and R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [3] R. Olfati-Saber, "Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles," Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [4] J. G. Romero, A. Donaire, R. Ortega, and P. Borja, "Global stabilisation of underactuated mechanical systems via pid passivity-based control," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 9577–9582, 2017.
- [5] R. Ortega and E. Garcia-Canseco, "Interconnection and damping assignment passivity-based control: A survey," *European Journal of control*, vol. 10, no. 5, pp. 432–450, 2004.
- [6] W.-S. Man and J.-S. Lin, "Nonlinear control design for a class of underactuated systems," in *Control Applications (CCA), 2010 IEEE International Conference on*. IEEE, 2010, pp. 1439–1444.
- [7] A. Choukchou-Braham, B. Cherki, and M. Djemai, "A backstepping procedure for a class of underactuated system with tree structure," in *Communications, Computing and Control Applications (CCCA), 2011 International Conference on*. IEEE, 2011, pp. 1–6.
- [8] S. Rudra, R. K. Barai, and M. Maitra, "Nonlinear state feedback controller design for underactuated mechanical system: A modified block backstepping approach," *ISA transactions*, vol. 53, no. 2, pp. 317–326, 2014.
- [9] A.-C. Huang, Y.-F. Chen, and C.-Y. Kai, *Adaptive Control of Underactuated Mechanical Systems*. World Scientific, 2015.
- [10] W. Wang, J. Yi, D. Zhao, and D. Liu, "Design of a stable sliding-mode controller for a class of second-order underactuated systems," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 6, pp. 683–690, 2004.
- [11] C.-C. Kung, T.-H. Chen, and L.-C. Huang, "Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of underactuated systems," in *Fuzzy Systems, 2009. FUZZ-IEEE 2009. IEEE International Conference on*. IEEE, 2009, pp. 1791–1796.

- [12] R. Hmidi, A. Ben Brahim, S. Dhahri, F. Ben Hmida, and A. Sellami, "Sliding mode fault-tolerant control for takagi-sugeno fuzzy systems with local nonlinear models: Application to inverted pendulum and cart system," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 43, no. 4, pp. 975–990, 2021.
- [13] S. Riachy, Y. Orlov, T. Floquet, R. Santiesteban, and J.-P. Richard, "Second-order sliding mode control of underactuated mechanical systems i: Local stabilization with application to an inverted pendulum," *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, vol. 18, no. 4-5, pp. 529–543, 2008.
- [14] W. Wang, X. Liu, and J. Yi, "Structure design of two types of sliding-mode controllers for a class of under-actuated mechanical systems," *IET Control Theory & Applications*, vol. 1, no. 1, pp. 163–172, 2007.
- [15] I. Shah and F. U. Rehman, "Smooth second order sliding mode control of a class of underactuated mechanical systems," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 7759–7771, 2018.
- [16] M. Idrees, S. Ullah, and S. Muhammad, "Sliding mode control design for stabilization of underactuated mechanical systems," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 11, no. 5, p. 1687814019842712, 2019.
- [17] L. G. Sümer and Y. Yalçın, "A direct discrete-time ida-pbc design method for a class of underactuated hamiltonian systems," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 44, no. 1, pp. 13 456–13 461, 2011.
- [18] E. Franco, "Discrete-time ida-pbc for underactuated mechanical systems with input-delay and matched disturbances," in *2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. IEEE, 2018, pp. 1–9.
- [19] F. Adıgüzel and Y. Yalçın, "Discrete-time backstepping control with nonlinear adaptive disturbance attenuation for the inverted-pendulum system," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 43, no. 5, pp. 1068–1076, 2021.
- [20] —, "Backstepping control for a class of underactuated nonlinear mechanical systems with a novel coordinate transformation in the discrete-time setting," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, p. 09596518221079940, 2022.
- [21] J. Garcia, J. Ribeiro, J. Silva, and E. Martins, "Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 152, no. 2, pp. 220–228, 2005.
- [22] R. Ngadengon, Y. Sam, J. Osman, and R. Ghazali, "Controller design for inverted pendulum system using discrete sliding mode control," in *2011 2nd International Conference on Instrumentation Control and Automation*. IEEE, 2011, pp. 130–133.
- [23] V. I. Utkin, "Sliding mode control in discrete-time and difference systems," *Variable structure and Lyapunov control*, pp. 87–107, 1994.
- [24] I. Bsili, J. Ghabi, and H. Messaoud, "Discrete sliding mode control of inverted pendulum," in *2015 World Symposium on Mechatronics Engineering & Applied Physics (WSMEAP)*. IEEE, 2015, pp. 1–6.
- [25] M. KALAYCI and İ. YİĞİT, "Pratikte kullanılan bazı kayan kipli kontrol tekniklerinin teorik ve deneysel incelenmesi," *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, vol. 30, no. 1, 2015.
- [26] W. Gao, Y. Wang, and A. Homaifa, "Discrete-time variable structure control systems," *IEEE transactions on Industrial Electronics*, vol. 42, no. 2, pp. 117–122, 1995.
- [27] J.-J. Xiong and G. Zhang, "Discrete-time sliding mode control for a quadrotor uav," *Optik*, vol. 127, no. 8, pp. 3718–3722, 2016.
- [28] S. Sarpturk, Y. Istefanopulos, and O. Kaynak, "On the stability of discrete-time sliding mode control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 10, pp. 930–932, 1987.
- [29] N. Adhikary and C. Mahanta, "Integral backstepping sliding mode control for underactuated systems: Swing-up and stabilization of the cart–pendulum system," *ISA Transactions*, vol. 52, no. 6, pp. 870–880, 2013.