

# Dört Rotorlu Hava Aracının Modellenmesi ve Kontrolü

Ahmet ÖZ<sup>1</sup>, Yiğit Burak VAROL<sup>2</sup>, Mehmet CANEVLİ<sup>3</sup>, M. Turan SÖYLEMEZ<sup>4</sup>

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

<sup>1</sup> ozah18@itu.edu.tr

<sup>2</sup> varol18@itu.edu.tr

<sup>3</sup> canevli17@itu.edu.tr

<sup>4</sup> soylemez@itu.edu.tr

## 1. Giriş

### Özetçe

Günümüzde dört pervaneli İnsansız Hava Araçları (İHA'lar), tarım sektöründe verimliliği artırmak için tarla analizi, sinema sektöründe yaratıcı hava çekimleri için ve savunma sanayiinde keşif, izleme ve gözetleme amaçlarıyla güvenlik güçlerine destek sağlamaktadır.

Bu çalışmada, ilk aşamada dört pervaneli insansız hava aracının dinamik denklemleri çıkartılmıştır ve daha sonra doğrusal olmayan bir benzetim modeli oluşturulmuştur. Pratikte araçta bulunan yalpalama ve yunuslama açılarının olası arızası durumunda gereken eksik sinyalleri sağlayacak bir Luenberger gözleyicisi tasarlanmıştır. Oluşturulan dinamik modelin doğrusallaştırılması ile doğrusal model üzerinden bir H2-optimal kontrolör tasarlanarak x,y ve z ekseninde referans takibi problemi çözülmüştür.

Kontrolörün ve gözleyicinin gürültü altında oluşturulan benzetim modeli ile başarılı bir şekilde çalıştığı ve bahsi geçen veri kaybının gözleyici ile tolere edilebildiği görülmüştür.

### Abstract

Nowadays, quad-copter unmanned aerial vehicles (drones) provide support to security forces for field analysis to increase productivity in the agricultural sector, for creative aerial photography in the cinema sector, and for reconnaissance, tracking and surveillance purposes in the defense industry.

In this study, the dynamic equations of the quad-copter were derived, and then a non-linear simulation model was created. In practice, a Luenberger observer has been designed to provide the missing signals required in case of a possible failure of the yaw and pitch angles of the vehicle. By linearizing the dynamic model created, an H2-optimal controller was designed using the linear model and the reference tracking problem in the x, y and z axis was solved.

It has been observed that the controller and the observer work successfully with the simulation model created with noise and the mentioned data loss can be tolerated with the designed observer.

İnsansız hava araçları son yıllarda birçok araştırmanın konusu olmuştur. Bu araçlar, doğal afetlerde arama kurtarma, tarımsal uygulamalar, terörizmle mücadele, fotoğraf gibi önemli alanlarda kullanılmaktadır. İçlerinde 3, 4, 6, 8 adet rotor bulundurulabilmelerine rağmen akademik araştırmalarda ve sektörde en çok tercih edilen 4 rotorlu araçlardır. Bunun sebebi bir insanın pilotluğunda riskli kabul edilebilecek görevleri başarılı ve verimli bir şekilde gerçekleştirebilmeleridir[1]. 4 rotorlu hava araçları 6 serbestlik derecesine ve rotorlarında oluşan hız farklarının kombinasyonlarından oluşan 4 farklı kontrol girişine sahiptir. Bu kontrol girişleri için ölçüm amacıyla üzerlerinde küresel konumlandırma sistemi, ataletsel ölçme birimi, basınçölçer gibi birçok farklı sensör bulundurulur. Ataletsel ölçü birimleri içerisinde bulunan ivmeölçer, jiroskop ve manyetometre gibi sensörleri sayesinde aracın konumu, davranışı ve rotası hakkında geribesleme sağlar. Küresel konumlandırma sistemi uydulardan aldığı sinyaller yeterli olduğu sürece ataletsel ölçü birimlerine göre yüksek kesinlikte ve uzun vadeli konum verisi sağlayabilir[2]. 4 rotorlu hava araçları kontrol teorisi açısından da oldukça popülerdir çünkü çok girişli ve çok çıkışlı sistemlerin davranışını inceleme konusunda iyi bir örneklerdir[3]. 4 Rotorlu hava araçlarına farklı kontrol ve matematiksel modelleme metodları uygulanmıştır. Matematiksel modelleme yöntemleri olarak hem Newton-Euler hem de Euler-Lagrange metodları kullanılmıştır[4]. PID kontrol çok yönlülük, kolay uygulama ve tutarlı sistem cevabı elde edebilme açısından, LQR kontrol performans ve dayanıklılık açısından öne çıkmaktadır. Bu 2 kontrol yönteminin yanı sıra, model öngörülü kontrol gibi kontrol metodları da literatürde uygulanmıştır. Fakat bu yapının içerisine implemente edilecek modelin kesinlik içermesi ve metodun hesaplama maliyetinin yüksek olması sebebiyle dezavantajları bulunmaktadır[5]. Bu çalışmada 4 rotorlu hava aracı Newton-Euler yaklaşımı ile matematiksel olarak modellenmiş, LQR metodu ile kontrolör tasarlanmış ve bir Luenberger gözleyicisi tasarlanmıştır. İlgili simülasyon çıktıları verilmiştir.

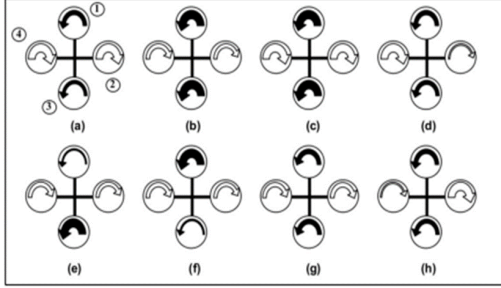
Bu çalışma 6 bölümden oluşmaktadır; bölüm 1 giriş, bölüm 2 dört rotorlu hava aracının modeli, bölüm 3 gözleyici tasarımı, bölüm 4 hava aracının kontrolü, bölüm 5 benzetim çalışmaları ve bölüm 6 sonuç şeklindedir.

## 2. Dört Rotorlu Hava Aracının Modeli

Bu çalışmada, bir quadrotorun matematiksel modeli Newton-Euler ilkelerine dayanılarak ve belirli varsayımlarla elde edilmiştir [6]. Aşağıda, bu varsayımlar listelenmiştir:

- Quadrotorun yapısı katı (rigid) ve simetriktir.
- Dört rotorun ağırlık merkezi, gövde çerçevesinin orijini ile çakışmaktadır.
- Pervaneler katı (rigid) kabul edilmiştir.
- Dünya yer çekimi ivmesi ( $g$ ), quadrotorun kütlesi ( $m$ ) ve gövde atalet matrisi ( $I$ ) sabittir.
- Motorların itme katsayısı ve tork katsayısı sabittir.
- İtme ve sürüklenme kuvvetleri pervanenin hızının kareyle orantılıdır.

Bu varsayımlar, quadrotor modelinin temelini oluşturmakta ve analizlerde kullanılmaktadır.



Şekil 1: 4 Motorlu Aracın Temel Hareket Komutları

4 motorlu hava aracının temel komutları Şekil 1 ile gösterilmiştir.

- (a) durumu: Quadrotorun Z eksenini etrafında dönmesini ifade eder. Karşılıklı yerleştirilmiş rotor çiftlerinden birinin hız değişikliğinden kaynaklanmaktadır. Quadrotor yönelme hareketi saat yönünün tersinedir ve verimsizdir.
- (b) durumu: Quadrotor yönelme hareketi saat yönündedir ve verimsizdir.
- (c) durumu: Dört rotorun ürettiği toplam itki, Quadrotor'un ağırlığına eşitse, Quadrotor havada sabit kalacaktır. Dikey hareket için, rotorların dönüş hızları aynı oranda artırılmalı veya azaltılmalıdır. Eğer rotor hızları aynı oranda arttırılırsa, quadrotor irtifa kazanacaktır.
- (d) durumu: Roll açısı, Quadrotor'un X eksenini etrafında yaptığı açıdır. Bilindiği üzere Quadrotor hareketi açısız hızı daha az olan pervane yönünde hareket etmektedir. Yalpalama hareketi (sağ tarafa).
- (e) durumu: Yunuslama hareketi (öne doğru).
- (f) durumu: Yunuslama hareketi (arkaya doğru).
- (g) durumu: Rotor hızları aynı oranda azaltılırsa, Quadrotor irtifa kaybedecektir.
- (h) durumu: Yalpalama hareketi (sol tarafa).

Bir quadrotorun hareketini tam olarak temsil etmek için tek bir koordinat sistemi yeterli olmayacaktır çünkü quadrotor, birden fazla sensöre sahiptir ve her görev ve sensör çıktısı farklı koordinat sistemlerinde ifade edilmektedir. Örneğin, ivmeölçer ve jiroskop gibi sensörler, gövde koordinat sistemiyle ilişkili ölçümler yapar. Ancak manyetometre veya GPS gibi sensörler, sabit yer koordinat sistemiyle ilişkili ölçümler yapar. Bununla birlikte, konum ve yörünge takibi de sabit yer koordinat sistemine göre yapılır. Bu nedenle tüm hareket denklemleri, matematiksel modelleme yapılırken aynı koordinat sisteminde ifade edilmeli ve gerekli dönüşümler koordinat sistemleri arasında yapılmalıdır. Quadrotorun matematiksel modelini açıklamadan önce, quadrotorun yapısını ve konumunu belirlemek için kullanılan referans koordinat sistemlerini tanıtmak önemlidir. Quadrotor için iki farklı referans koordinat sistemi kullanılır. İlki, sabit bir yer koordinat sistemi olan atalet koordinat sistemi veya dünya koordinat sistemi olarak adlandırılır. İkincisi ise quadrotorun gövde merkezine bağlı olan ve quadrotorla birlikte hareket eden gövde koordinat sistemidir.

Gövde koordinat sisteminde tanımlanan genelleştirilmiş hız vektörünün türevi ( $\dot{\nu}$ ) Eşitlik 1 ile elde edilmiştir.

$$\dot{\nu} = M_B^{-1}(C_B(\nu)\nu + G_B(\eta) + O_B(\nu)\Omega + E_B\Omega^2) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \ddot{X} = (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Y} = (-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Z} = -g + (\cos \theta \sin \phi) \frac{U_1}{m} \\ \dot{p} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} \cdot qr - \frac{J_{TP}}{I_{XX}} \cdot q\Omega + \frac{U_2}{I_{XX}} \\ \dot{q} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} \cdot pr - \frac{J_{TP}}{I_{YY}} \cdot p\Omega + \frac{U_3}{I_{YY}} \\ \dot{r} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}} \cdot pq + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} U_1 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 \\ U_2 = b\ell(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ U_3 = b\ell(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ U_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{cases} \quad (3)$$

Denklemdaki değişkenler:  $\Omega_1$  ön pervanenin açısız hızı,  $\Omega_2$  sağ pervanenin açısız hızı,  $\Omega_3$  arka pervanenin açısız hızı ve  $\Omega_4$  sol pervanenin açısız hızı olarak ifade edilmiştir. Bu çalışmada Eşitlik 1 ve 2'de verilen denklemler quadrotorun modelinin ve denetleyicilerinin oluşturulması için kullanılacaktır. Hava araçlarının denge noktası yuvarlanma, yunuslama ve sapma açılarının 0 olduğu ve hava aracının ürettiği toplam itkinin toplam ağırlığa eşit olduğu durum olarak tanımlanır. Doğrusallaştırma işleminden sonra sisteme ait doğrusallaştırılmış denklemler,

$$\begin{cases} \ddot{x} = -g\theta, & \ddot{y} = g\phi, & \ddot{z} = \frac{u_1}{m} \\ \ddot{\phi} = \frac{u_2}{I_x}, & \ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_y}, & \ddot{\psi} = \frac{u_4}{I_z} \end{cases} \quad (4)$$

ve bu denklemlerin durum uzayı gösterimi,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 4} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{1 \times 8} & -g & 0_{1 \times 3} \\ 0_{1 \times 7} & g & 0_{1 \times 4} \\ 0_{1 \times 7} & 0 & 0_{1 \times 4} \\ 0_{3 \times 8} & 0_{3 \times 1} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 8} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 2} & 0_{5 \times 1} \\ \frac{1}{m} & 0_{1 \times 2} & 0 \\ 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 1} \\ 0 & \frac{1}{I_x} & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0_{1 \times 2} & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

olarak verilmiştir.

### 3. Gözleyici Tasarımı

Algılayıcıların çok pahalı olması, arızlanması veya ilgili durum değişkenlerinin ölçümünün doğrudan mümkün olmadığı durumlarda gözleyiciler kullanılır. Özellikle doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için Luenberger gözleyicisine başvurulur. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \quad y = Cx + D_w w \quad (6)$$

olmak üzere, Luenberger gözleyicisi,

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_u u + B_w w + L(y - \hat{y}) \quad \hat{y} = C\hat{x} + D_w w \quad (7)$$

olarak tanımlanmaktadır. Luenberger gözleyiciler pratikte tüm durumların gözlemlenmesinden ziyade, daha çok bazı durumların kestiriminde kullanılmaktadır. Bu amaçla,  $T = [C \quad R]$  dönüşüm matrisi olmak üzere,

$$\dot{x} = TAT^{-1}x + TB_u u + TB_w w \quad y = CT^{-1}x + D_w w \quad (8)$$

elde edilir ve böylece ölçülen ve kestirilecek durumlar şu şekilde ayrıştırılmış olur[7],

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{u1} \\ B_{u2} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} B_{w1} \\ B_{w2} \end{bmatrix} w \quad (9)$$

$$y = [I \quad 0] x + D_w w$$

Ölçülen durum değişkenleri  $x_1$  ile gösterilmek üzere,

$$\dot{\hat{x}}_1 - A_{11}\hat{x}_1 - B_{u1}u - B_{w1}w = A_{12}\hat{x}_2 \quad (10)$$

elde edilir ve kestirilecek durum değişkenlerine ait dinamik denklem,

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{22}\hat{x}_2 + A_{21}\hat{x}_1 + B_{u2}u + B_{w2}w \quad (11)$$

şeklinde. Bu durumda kısmi durum gözleyicisi,

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{22}\hat{x}_2 + A_{21}\hat{x}_1 + B_{u2}u + L(A_{12}\hat{x}_2 - \dot{\hat{x}}_1 + A_{11}\hat{x}_1 + B_{u1}u + B_{w1}w) \quad (12)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $z = \hat{x}_2 + Ly - LD_w w$  olmak üzere, gözleyici,

$$\dot{z} = Fz + Gy + Hu + Pw \quad (13)$$

olarak elde edilir ve burada

$$F = A_{22} + LA_{12}, \quad G = A_{21} + LA_{11} + (A_{22} + LA_{12})L$$

$$H = B_{u2} + LB_{u1}, \quad P = LB_{w1} + GD_w$$

$$\hat{x}_2 = z - Ly + LD_w w \quad (14)$$

şeklinde. Gözleyici tasarımı için Lyapunov fonksiyonu  $V = e^T P e$  ve Lyapunov fonksiyonu türevi  $\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}$  olmak üzere,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T (A_{22} + LA_{12})^T P e + w^T (B_{w2} + LB_{w1})^T P e \\ &+ e^T P (A_{22} + LA_{12}) e + e^T P (B_{w2} + LB_{w1}) w \\ &= e^T (A_{22}^T P + A_{12}^T L^T P) e + w^T (B_{w2}^T P + B_{w1}^T L^T P) e \\ &+ e^T (P A_{22} + P L A_{12}) e + e^T (P B_{w2} + P L B_{w1}) w \end{aligned} \quad (15)$$

Lyapunov kararlılık gereği  $P \succ 0$  ve

$$\begin{bmatrix} A_{22}^T P + P A_{22} + A_{12}^T L^T P + P L A_{12} & P B_{w2} + P L B_{w1} \\ B_{w2}^T P + B_{w1}^T L^T P & 0 \end{bmatrix} \prec 0 \quad (16)$$

elde edilmektedir. Buradan  $A_{22} + LA_{12}$  özdeğer ataması ile bir gözleyici tasarımı yapmak mümkündür.  $H_\infty$ -optimal ve LMI bölgesinde bir gözleyici tasarımı

$$\begin{aligned} &\min \gamma \quad \text{öyle ki} \\ &\begin{bmatrix} \Phi & P B_{w2} + W B_{w1} & C_\infty^T \\ B_{w2}^T P + B_{w1}^T L^T P & -\gamma I & 0 \\ C_\infty & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0 \\ &\Phi + 2\alpha P \prec 0 \quad (17) \\ &P = P^T \succ 0 \\ &\Phi \triangleq A_{22}^T P + P A_{22} + A_{12}^T W^T + W A_{12} \\ &C_\infty = I \end{aligned}$$

optimizasyon problemi ile ifade edilmektedir[8] ve gözleyici matrisi  $L = P^{-1}W$  ile elde edilir ve gözleyici parametreleri Denklem (14) ile hesaplanır.

## 4. Dört Rotorlu Hava Aracının Kontrolü

### 4.1. LQR ile kontrol

Durum geri besleme kontrolörlerinden en sık kullanılanı LQR kontrolördür. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için,

$$J(u) = \int_0^\infty [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (18)$$

burada  $Q = Q^T \in \mathbb{R}^n$  durum değişkenlerinin ağırlık matrisi ve  $R = R^T \in \mathbb{R}^m$  kontrol girişleri ağırlık matrisidir. Kontrolörün tasarımı,

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (19)$$

cebric Riccati denkleminin çözümü  $P \succ 0$  ve  $u = -Kx$  olmak üzere LQR kontrolör

$$K = R^{-1}B^T P \quad (20)$$

ile elde edilmektedir [9].

## 4.2. $\mathcal{H}_2$ -optimal kontrol

$\mathcal{H}_2$ -optimal kontrol yöntemi esasen LQR kontrol yöntemini kapsamaktadır. Burada amaç  $\|z\|_2$ -normunu minimize eden durum geri besleme kontrolörünü elde etmektir. Burada model,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad z = Cx + Du \quad (21)$$

ve  $C = \begin{bmatrix} Q^{0.5} \\ 0 \end{bmatrix}$  ve  $D = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{0.5} \end{bmatrix}$  seçilirse LQR problemi çözülmüş olur. Modele gürültü eklenmesiyle

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \quad z = C_2 x + D_2 u \quad (22)$$

elde edilir ve  $\mathcal{H}_2$ -optimal kontrol optimizasyon problemi,

$$\begin{aligned} & \min \gamma \quad \text{öyle ki} \\ & AP + PA^T + BW + W^T B^T + B_w B_w^T \prec 0 \\ & \begin{bmatrix} -Z & C_2 P + D_2 W \\ (C_2 P + D_2 W)^T & -P \end{bmatrix} \prec 0 \\ & \text{trace}(Z) \leq \gamma \\ & AP + PA^T + BW + W^T B^T + 2\beta P \succ 0 \end{aligned} \quad (23)$$

olmak üzere çözüm  $K = WP^{-1}$  olarak elde edilir. Burada kontrolör kutupları  $s = -\beta$  ile soldan sınırlanmaktadır.

## 4.3. Durum geri besleme ile referans takibi

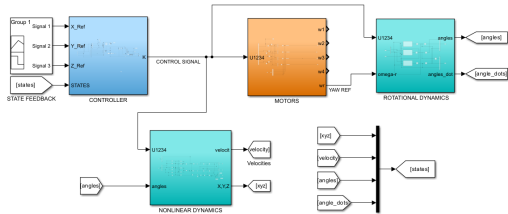
Durum geri besleme kontrolörü doğası gereği doğrudan referans takibi sağlamamaktadır. Bunun için referans takibi için kullanılacak durum için bir hata sinyali tanımlanmalıdır ve bunun ile birlikte bu hatanın bir durum olarak modele eklenmesi gerekmektedir ve nihai durumda oluşan "büyük sistem" için durum geri besleme kontrolörü tasarlanmalıdır. Denklem 22 ile verilen sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_u \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ B_w \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

olarak "büyük sistem" haline dönüştürülür. Burada  $r$  referans işaretlerini,  $q$  referans ile durum değişkeni arasındaki fark olan takip hatasının integrali ve  $u = K_i q + Kx$  ise tasarlanacak durum geri besleme kontrolörünün kontrol işaretidir.

## 5. Benzetim Çalışmaları

### 5.1. Simülasyon Modeli



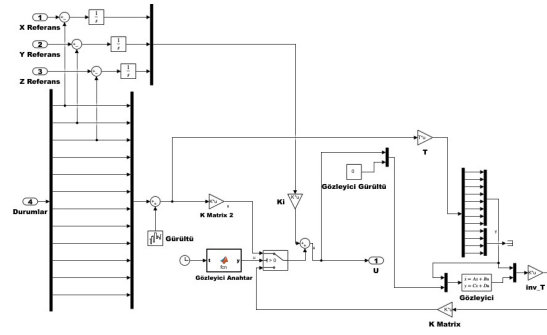
Şekil 2: Simülasyon Modeli

Şekil 2'de 4 rotorlu hava aracının simülasyon modeli verilmiştir. Öncelikle aracın başlangıç konumuna göre üretilen 3

Parametre	Simge	Değer
Kütle	$m$	0.9928kg
Yerçekimi ivmesi	$g$	9.81m/s <sup>2</sup>
Kol Uzunluğu	$l$	0.24m
X Ekseninde Atalet	$I_x$	0.00963Nms <sup>2</sup>
Y Ekseninde Atalet	$I_y$	0.00963Nms <sup>2</sup>
Z Ekseninde Atalet	$I_z$	0.019Nms <sup>2</sup>
Kuvvet Faktörü	$b$	$3.59 \times 10^{-5} Ns^2$
Sürüklenme Faktörü	$d$	$2.081 \times 10^{-6} Nms^2$

Tablo 1: Parametreler

eksende konum sinyalleri referans olarak uygulanmıştır. Ardından uygulanan referans sinyaline göre üretilen 4 adet kontrol sinyali motorlara ve dinamiklere etki etmiştir. Her bir motorun hızı bu kontrol sinyallerine göre oluşturulmuş ve araç istenen hareketleri sağlamıştır.



Şekil 3: Kontrolcü Bloğu

Şekil 3'de Kontrolcü bloğunun içi verilmiştir. Bu bloğa hava aracının tüm durumları geri beslenir ve 3 ekseninde konum sinyali hatasına göre yeni kontrol sinyalleri üretilir. Bu blokta yer alan switch bloğu sayesinde model istenilen zamanda gözleyiciden, istenilen zamanda direkt olarak model çıkışlarından beslenebilir. Simülasyon modelinde simülasyon boyunca tüm durumların modelden geribeslendiği, gözleyiciden geribeslendiği, belirli bir zamandan sonra gözleyiciden beslendiği senaryolar incelenmiştir.

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2bl} & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2bl} & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2bl} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Kontrolör tasarımı sırasında doğrusal model kullanılmıştır,  $A$  ve  $B$  matrisleri sparse(seyrek) yapıda elde edilmiştir. Referans takibi problemini çözmek amacıyla augmented(genişletilmiş) edilmiştir. Genişletilmiş durumda  $A_{aug} \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$  ve  $B_{aug} \in \mathbb{R}^{15 \times 4}$  olarak hesaplanmıştır. Kontrolör tasarımı gürültü hesaba katılmış ve  $\mathcal{H}_2$ -optimal kontrol problemi çözülmüştür. LQR'a dayanan tasarım yönteminde ağırlık matrisleri  $Q_{lqr}$  matrisi köşegen matris ve köşegendeki değerler 1500,1500,1500,1000,1000,1000,150,150,150,50,50,50,50,50,50 olarak seçilmiştir.  $B_{w_{aug}} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} & I_{3 \times 1} & 0_{9 \times 1} \end{bmatrix}^T$  olarak

seçilerek sisteme gürültü etki ettiği varsayılmıştır. Kontrolör genişletilmiş sistem için Denklem (23) ile verilen problem çözülerek (5.1) ve (5.1) elde edilmiştir.

$$K_i^T = \begin{bmatrix} -108.0 & 9.8 & -15.2 & 0 \\ -108.0 & 15.2 & -9.8 & 0 \\ 192.4 & -1.6 & 1.6 & 1.1 \end{bmatrix}$$

$$K^T = \begin{bmatrix} 168.4 & -14.4 & 23.9 & 0 \\ 168.4 & -23.9 & 14.4 & 0 \\ -292.6 & 0.8 & -0.8 & -0.3 \\ 71.0 & -6.5 & 12.5 & 0 \\ 71.0 & -12.5 & 6.5 & 0 \\ -67.6 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 141.9 & -29.4 & 14.5 & 0 \\ -141.9 & 14.5 & -29.4 & 0 \\ 3.8 & 29.2 & -29.2 & -38.5 \\ 15.7 & -3.7 & 0.9 & 0 \\ -15.7 & 0.9 & -3.7 & 0 \\ -1.3 & -0.1 & 0.1 & -9.0 \end{bmatrix}$$

Kontrolör tasarımı ve gözleyici tasarımı seperation (ayrılma) prensibine göre tasarlanmıştır. Bu sebeple  $\alpha = 130$  ve  $\beta = 120$  seçilmiştir. Gözleyici Denklem (17) ile verilen optimizasyon problemi çözülerek tasarlanmıştır. Bu amaçla dönüşüm matrisi  $\phi, \theta, \dot{\phi}$  ve  $\dot{\theta}$  durumlarını gözleyici kestirecek şekilde ve durum uzayının son 4 durumu olacak şekilde seçilmiştir. Gözleyiciye ait matrisler  $M = I_{4 \times 4}$ ,

$$F = \begin{bmatrix} -145.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -145.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -145.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -145.9 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24.9 & 0 \end{bmatrix}$$

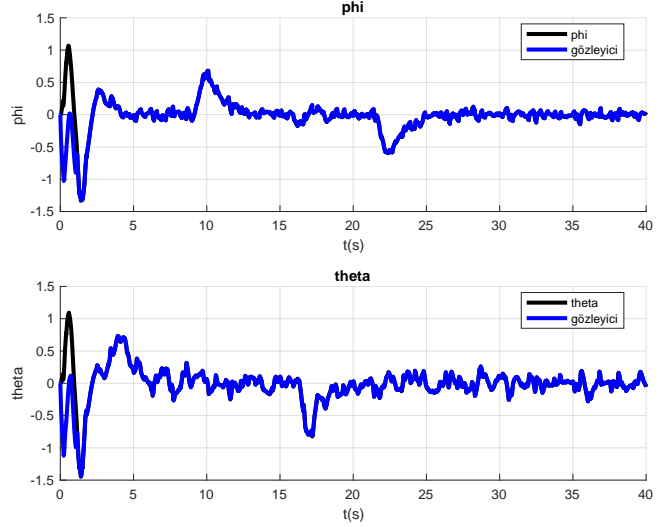
$$N = \begin{bmatrix} 145.7 & 0 & -145.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 145.8 & -145.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 145.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 145.9 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

olarak elde edilmiştir.

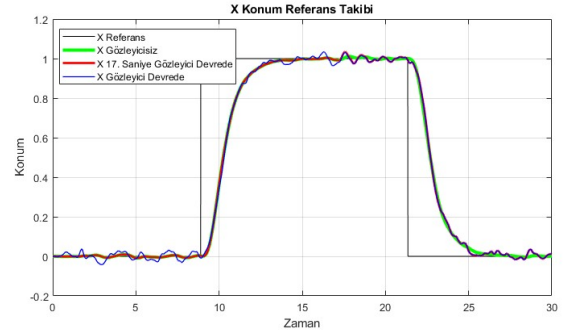
Benzetim için oluşturulan simülasyon modelinin çıktıları aşağıda verilmiştir. Simülasyon boyunca 3 adet senaryo oluşturulmuş ve sonuçları incelenmiştir. İlk senaryoda aracın tüm geribeslemelerinin sorunsuz bir şekilde çalıştığı, ikinci senaryoda aracın tamamen gözleyiciyle beslendiği, üçüncü senaryoda ise aracın belirli bir zamanda gözleyiciden beslendiği durum incelenmiştir. 3 Eksende ayrı ayrı ve 3 boyutlu olmak üzere referans takip grafikleri Şekil 5, 6, 7, 8, 9, 10'de verilmiştir.

## 6. Sonuç

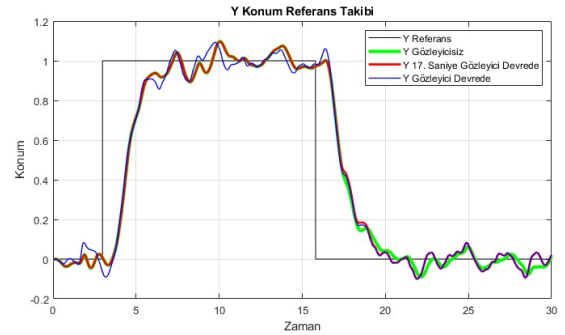
İnsansız hava araçlarının kontrol alanındaki popülerliği gün geçtikçe artmaktadır. Özellikle güvenlik açısından, İHA'larda kontrol mühendisliğinin önemi İHA'larda birçok farklı algılayıcı bulunmaktadır. Özellikle aracın davranış bilgisinin kontrolcülere sağlıklı bir şekilde geri beslenmesi hava aracının uçuşunu güvenli bir şekilde devam ettirebilmesi açısından kritiktir.



Şekil 4:  $\phi$  ve  $\theta$  açılarının kestirimi



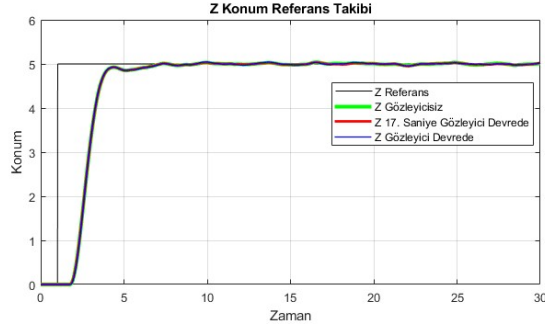
Şekil 5: X Ekseninde Konum Referans Takibi



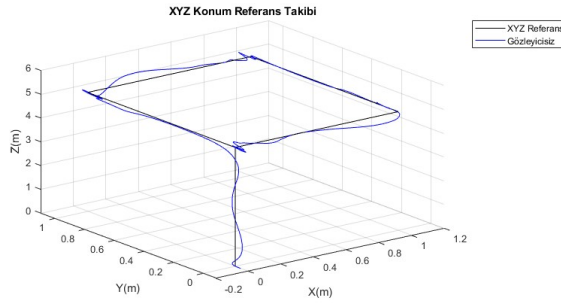
Şekil 6: Y Ekseninde Konum Referans Takibi

Bu çalışmada öncelikle bir 4 rotorlu hava aracı Newton-Euler yaklaşımıyla modellenmiştir. Hava aracının 3 eksende referans takibi yapabilmesi için genişletilmiş durum uzayı modeli kullanılarak H2-optimal kontrolör tasarlanmıştır. Yunuslama ve yalpalama durum geribeslemelerinin kaybına yönelik gözleyici tasarımı yapılmıştır. Hem kontrolör hem de gözleyici gürültü performansını arttıracak şekilde tasarlanmıştır.

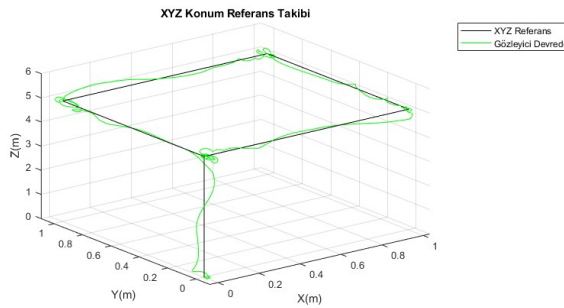
Benzetim yunuslama ve yalpalama açılarının algılayıcılarının çalıştığı, seyahat esnasında arızalandığı ve kalkıştan itibaren



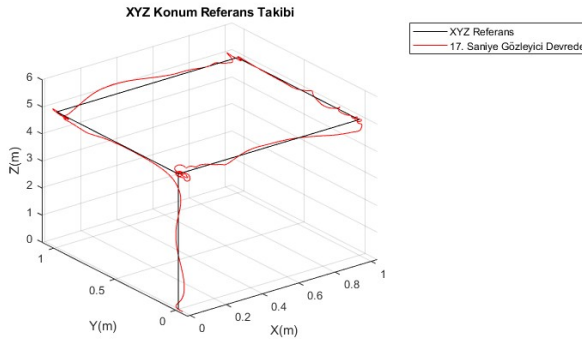
Şekil 7: Z Ekseninde Konum Referans Takibi



Şekil 8: XYZ Ekseninde Konum Referans Takibi



Şekil 9: XYZ Ekseninde Gözleyicili Konum Referans Takibi



Şekil 10: XYZ Ekseninde Gözleyicili Konum Referans Takibi (Gözleyici 17. Saniye Devrede)

arızalandığı varsayımları ile yapılmıştır. Benzetimler tasarlanan gözleyici ve kontrolörün tüm senaryolarda hava aracının referans takibini sağlıklı bir şekilde yapabildiğini göstermiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] Shweta Gupte, Paul Infant Teenu Mohandas, and James M. Conrad, "A survey of quadrotor unmanned aerial vehicles," pp. 1–6, 2012.
- [2] Su ZHOU, Peng ZHAO, and Jie JIN, "Cascaded gps/imu integrated positioning system based on vehicle kinematics model," pp. 1134–1139, 2020.
- [3] Pengcheng Wang, Zhihong Man, Zhenwei Cao, Jinchuan Zheng, and Yong Zhao, "Dynamics modelling and linear control of quadcopter," pp. 498–503, 2016.
- [4] Jose de Jesus Rubio, J. Humberto Perez Cruz, Zizilia Zamudio, and Annel J. Salinas, "Comparison of two quadrotor dynamic models," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 12, no. 4, pp. 531–537, 2014.
- [5] Mingcheng Liu, Fubiao Zhang, and Shuaipeng Lang, "The quadrotor position control based on mpc with adaptation," pp. 2639–2644, 2021.
- [6] Samir Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous flying," Tech. Rep., Epfl, 2007.
- [7] Guang-Ren Duan and Hai-Hua Yu, *LMI's in control systems: analysis, design and applications*, CRC press, 2013.
- [8] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkataramanan Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, SIAM, 1994.
- [9] Volker Ludwig Mehrmann, *The autonomous linear quadratic control problem: theory and numerical solution*, Springer, 1991.