

Dört Pervaneli İnsansız Hava Araçlarının Konum ve Yönelim Kontrolü için Doğrusal Olmayan Ayrık Zamanlı Kontrolcü Tasarımı

Nonlinear Discrete-Time Controller Design for Position and Attitude Control of Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles

Kadircan KURTULUŞ¹, Onur AKBATI¹, Fatih ADIGÜZEL¹

¹Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

{kadircan, oakbati, fadiguzel}@yildiz.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, dört pervaneli bir insansız hava aracı (İHA) için Lyapunov tabanlı ayrık zamanlı konum ve yönelim kontrolcü tasarımı sunulmaktadır. İlk olarak, İHA'nin matematiksel dinamiği tanımlanmaktadır ve ardından Euler yaklaşımı ile yaklaşık dinamik modeli türetilmektedir. Daha sonra, İHA sisteminin eksik eyleyicili yapısı dikkate alınarak, her bir alt sistem için pozitif yarı tanımlı Lyapunov fonksiyonuna dayalı ayrık zamanlı doğrusal olmayan kontrolcüler tasarlanmaktadır. Son olarak, önerilen ayrık zamanlı kontrol yapısının etkinliğini göstermek için benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Abstract

In this study, a Lyapunov-based discrete-time position and attitude controller design is presented for a quadrotor unmanned aerial vehicle (QUAV). Firstly, the mathematical dynamic of QUAV is introduced and then approximated dynamic model is derived via the Euler approach. Afterward, considering the underactuated structure of the UAV system, the discrete-time nonlinear controllers based on the positive semi-definite Lyapunov function are designed for each subsystem. Finally, simulation works are carried out to show the effectiveness of the structure of the proposed discrete-time control.

1. Giriş

Dört pervaneli insansız hava araçları (İHA), uçuş sırasında otonom olarak görev yapabilen pilot taşımayan hava araçlarıdır. Düşük maliyetin avantajları, güçlü esneklik ve geniş uygulama yelpazesi nedeniyle, İHA'lar son yıllarda hızla gelişmiş, giderek sivil ve askeri alanlardaki kullanımı yaygınlaşmıştır [1–4]. Bu nedenlerle, İHA'ların geniş uygulama alanına dayalı olarak, araştırmacılar son yıllarda birçok İHA tipi tasarlamışlardır ve İHA'ların uçuş kontrol yöntemleri üzerine yapılan araştırmalar artan bir ilgi görmektedir [5–7].

İHA sistemlerinde kontrol felsefesi, konum ve yönelim davranışını kontrol etmek veya kararlı kılmak üzerinedir. Bu

amaçlar için literatürde oldukça çalışma mevcuttur [8–10]. Dört pervaneli İHA'nın uçuş kontrolü için gerçekleştirilen çalışmaların geneli esas olarak sürekli zamanlı kontrolcülerin tasarımı ile ilgilidir. Ancak, bu sistemlerin gerçek zamanlı çalışmalarında mikrodenetleyiciler ve bilgisayarlar veri depolama ve hesaplama için yalnızca dijital sinyalleri işleyebildiğinden, İHA sistemlerinin kontrolünde sürekli zamanlı sinyallerin ayrık zamanlı sinyallere dönüştürülmesi gerekmektedir. Ayrıca, pratikte İHA sistemlerinin kontrolü için sürekli zamanlı kontrolcülerin emülatörlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu işlem kontrol kazanç parametrelerinin ayarlanmasını zorlaştırabilmektedir. Bazı emülatör tabanlı yöntemler sistemin performansını ve hatta kararlılığını da etkileyebilmektedir. Bu sebeplerden dolayı literatürde İHA kontrolü üzerinde birçok doğrudan ayrık zamanlı kontrol çalışması gerçekleştirilmiştir [11–14]. İHA sistemlerinin dinamik modeli yüksek seviyede doğrusal olmayan terimler içermektedir ve eksik eyleyicili bir yapıdadır. Ayrıca, bu sistemler sistem parametrelerinin değişiminden ve dış bozuculardan ciddi anlamda etkilenmektedirler. Bu problemlerin çözümü için literatürde sürekli zamanlı kontrol yöntemlerinin [5–7] yanında ayrık zamanlı kontrolcüler de ele alınmıştır. Bahsedilen ayrık zamanlı kontrol yapılarına örnek olarak, kayan kipli kontrol [11, 15], uyarlamalı doğrusal olmayan dinamik inversiyon kontrol [16], uyarlamalı yapay sinir ağı tabanlı kontrol [17], bozucu kestirimi tabanlı olay tetiklemeli kontrol [18] verilebilir. İHA helikopterlerde bahsedilen ayrık zamanlı kontrolcü örneklerine ek olarak, dört pervaneli İHA'nin yönelim kontrolü için kararlı kılma problemi [19] çalışmasında ve yönelim yörünge takibi problemi [20] çalışmasında pozitif yarı tanımlı Lyapunov fonksiyonu tabanlı ayrık zamanlı kontrolcü tasarımları ile ele alınmıştır.

Bunun yanında hem sürekli zamanlı hem de ayrık zamanlı doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinde, kapalı çevrim dinamiğini sistematik olarak kararlı kılan kontrol Lyapunov fonksiyonları kullanılmaktadır. Kontrol Lyapunov fonksiyonlarının kullanıldığı genel tasarım adımları, kontrolcü tasarımı zorlaştırabilmektedir. Daha esnek bir kontrol tasarımı yapabilmek için literatürde pozitif yarı tanımlı Lyapunov fonksiyonları ile kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir [21, 22]. Bu çalışmada, bir İHA sisteminin konum ve yönelim kontrolü için pozitif tanımlı gerekliliğin pozitif yarı tanımlı olarak zayıflatılmasını amaçla-

yan ayrı zamanlı bir kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmektedir. Ayrıca, önerilen kontrolcünün etkinliğini göstermek için bilgisayar tabanlı benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın geri kalanı şu şekilde düzenlenmiştir. İkinci bölümde, İHA sisteminin dinamik modeli ve ayrıklaştırılmış yaklaşık modeli tanıtılmaktadır. Bir sonraki bölümde, önerilen kontrolcü yapısına ait tasarımlar ve kapalı çevrim yakınsaması üzerine açıklamalar verilmektedir. Dördüncü bölümde önerilen kontrolcünün uygulanabilirliğini göstermek için gerçekleştirilen benzetim çalışmaları sunulmaktadır. Son bölümde, gerçekleştirilen çalışmaya ait sonuçlara ve gelecekte planlanan çalışmalara yer verilmiştir.

2. İHA Matematiksel Modeli

Dört pervaneli İHA'nın temsili gösterimi Şekil (1)'de verilmektedir. Bu şekilde \mathcal{B} ve \mathcal{E} sırasıyla gövde çerçevesi ve dünya çerçevesini ifade etmektedir. İHA sisteminin, gövdesi simetrik olan ve esnek olmayan bir malzemeden, motor pervaneleri esnek olmayan bir malzemeden yapıldığı varsayılmaktadır. İHA sisteminin gövdesinin merkezi ile kütle merkezi aynı noktadadır ve motorların ürettiği itki ve sürüklenme kuvvetleri, motor hızının karesiyle doğru orantılıdır. Dört pervaneli İHA'nın matematiksel modeli [11, 14],

$$\ddot{x} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)U_1 - K_1 \dot{x}}{m} \quad (1)$$

$$\ddot{y} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)U_1 - K_2 \dot{y}}{m} \quad (2)$$

$$\ddot{z} = \frac{(\cos \phi \cos \theta)U_1 - K_3 \dot{z}}{m} - g \quad (3)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} + I_r \Omega_r \dot{\theta} + lU_2 - K_4 l \dot{\phi}}{I_x} \quad (4)$$

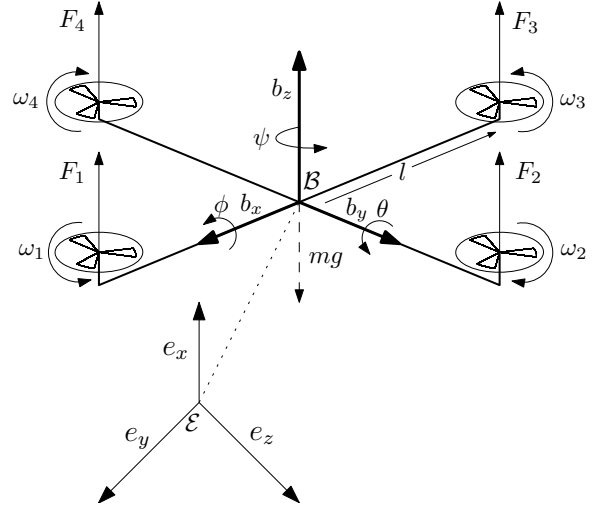
$$\ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} - I_r \Omega_r \dot{\phi} + lU_3 - K_5 l \dot{\theta}}{I_y} \quad (5)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)\dot{\phi}\dot{\theta} + U_4 - K_6 \dot{\psi}}{I_z} \quad (6)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. Burada; $\xi = [x \ y \ z]^T$ durum vektörü ile dört pervaneli İHA'nın dünya çerçevesindeki konumunu, $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ durum vektörü, dört pervaneli İHA'nın dünya çerçevesindeki yönelimini (yuvarlanma, yunuslama, ve sapma açılarını), m sistemin toplam kütle, g yer çekimi ivmesini l motorlar ile kütle merkezi arasındaki mesafeyi, $I = [I_x \ I_y \ I_z]^T$ gövde çerçevesindeki ataletleri, $\Omega = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3 \ \Omega_4]^T$ motor hızlarını, $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$ görece motor hızını, I_r motor ataletlerini, $U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$ dört pervaneli İHA'nın kontrolcü sinyal vektörünü, k motor itki katsayısını ve d motor sürüklenme katsayısını ifade etmektedir. U ile Ω^2 arasındaki dönüşüm,

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & k & k \\ 0 & k & 0 & -k \\ -k & 0 & k & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

denklemleriyle sağlanmaktadır. Burada, j . motorun ürettiği itki kuvveti $T_j = k\Omega_j^2$ denklemi ile, j . motorun ürettiği sürüklenme kuvveti $Q_j = d\Omega_j^2$ denklemi ile ifade edilmektedir.



Şekil 1: Dört pervaneli İHA'nın koordinat çerçeveleri.

3. Ayrıklaştırılmış Dinamik Model

Dört pervaneli İHA'nın, konum durumları $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = y, x_4 = \dot{y}, x_5 = z$ ve $x_6 = \dot{z}$ şeklinde, yönelim durumları $x_7 = \phi, x_8 = \dot{\phi}, x_9 = \theta, x_{10} = \dot{\theta}, x_{11} = \psi$ ve $x_{12} = \dot{\psi}$ şeklinde tanımlanmıştır. Ayrı zamanlı bir kontrolcü tasarlamak için modelin ayrı zamanlı modelinin ifade edilmesi gerekmektedir.

Sürekli zamandaki modelden (1) - (6) durumları, İleri Euler yöntemi ile ayrıklaştırılması sonucunda

$$x_i^+ = x_i + T x_{i+1} \quad i = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \quad (8)$$

$$x_j^+ = g_j x_j + T h_j \quad j = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \quad (9)$$

denklemleri elde edilmektedir. Burada,

$$g_1 = (1 - T K_1)/m$$

$$g_3 = (1 - T K_2)/m$$

$$g_5 = (1 - T K_3)/m$$

$$g_7 = (1 - T l K_4)/I_x$$

$$g_9 = (1 - T l K_5)/I_y$$

$$g_{11} = (1 - T K_6)/I_z$$

$$h_2 = (\cos x_7 \sin x_9 \cos x_{11} + \sin x_7 \sin x_{11})U_1/m$$

$$h_4 = (\cos x_7 \sin x_9 \sin x_{11} - \sin x_7 \cos x_{11})U_1/m$$

$$h_6 = [(\cos x_7 \cos x_9)U_1 - mg]/m$$

$$h_8 = [(I_y - I_z)x_{10}x_{12} + I_r \Omega_r x_{10} + lU_2]/I_x$$

$$h_{10} = [(I_z - I_x)x_8 x_{12} - I_r \Omega_r x_8 + lU_3]/I_y$$

$$h_{12} = [(I_x - I_y)x_8 x_{10} + U_4]/I_z$$

şeklinde. İleri Euler yöntemiyle elde edilen bu denklemlerde; T örnekleme zamanı, α ve α^+ sırasıyla $\alpha(k)$ ve $\alpha(k+1)$ durumlarını temsil etmektedir. k , örnekleme değişkenidir.

4. Ayrı Zamanlı Kontrolcü Tasarımı

Önerilen ayrı zamanlı kontrolcünün amacı, yönelim açılarının belirli bir yörüngeyi takip etmesini sağlayarak dört per-

vaneli İHA'nın konum kontrolünü sağlamaktır. Dört pervaneli İHA'nın kontrolcü sinyalleri $U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$, sırasıyla yükseklik, yuvarlanma açısı, yunuslama açısı ve sapma açısını doğrudan kontrol etmektedir.

Dört pervaneli İHA'nın konum kontrolünün sağlanabilmesi için öncelikle yönelim kontrolünün sağlanması gerekmektedir. Çünkü kontrolcü sinyalleri, yönelim açılarını doğrudan etkilemektedir. Yönelim açılarının dinamiği de doğrudan konum dinamiğini etkilemektedir. Bu durumlardan dolayı öncelikle yönelim kontrolcüsünün tasarlanması gerekmektedir.

Dört pervaneli İHA'nın yükseklik dışındaki konum bileşenleri, yuvarlanma ve yunuslama açılarına bağlı olarak değişirken yüksekliği ise, doğrudan kontrolcü sinyaliyle değişmektedir.

4.1. Yönelim Kontrolü Tasarımı

Dört pervaneli İHA'ya ait U_2 , U_3 ve U_4 kontrolcü sinyallerinin tasarımı ile dört pervaneli İHA'nın yönelim açıları kontrol edilmektedir. Bu amaçla sadece yuvarlanma açısının kontrol edilmesiyle ilgili tasarımlar paylaşılacak olup diğer durumlar için, benzer tasarımlar sonucunda elde edilecek kontrol sinyalleri verilmiştir. Tasarıma başlamadan önce yuvarlanma açısı ve yuvarlanma açısı hızı hataları,

$$e_7 = x_7 - x_{7_d} \quad (10)$$

$$e_8 = x_8 - x_{8_d} \quad (11)$$

denklemleri ile tanımlanır. Bu denklemlerde, x_{7_d} ve x_{8_d} sırasıyla istenen yuvarlanma açısını ve istenen yuvarlanma hızını temsil etmektedir. (10) ve (11) numaralı denklemler ile (8)-(9) kullanıldığında

$$e_7^+ = e_7 + T e_8 \quad (12)$$

$$e_8^+ = \left(1 - \frac{TK_4}{I_x}\right) x_8 + T \frac{I_y - I_z}{I_x} x_{10} x_{12} + \frac{TI_r}{I_x} \Omega_r x_{10} - x_{8_d}^+ + \frac{Tl}{I_x} U_2 \quad (13)$$

denklemleri elde edilmektedir. (12) ve (13) numaralı hata dinamiğinin elde edilmesinde, $x_{8_d}^+$ ifadesi

$$x_{8_d}^+ = \frac{x_{7_d}^{+2} - x_{7_d}^+}{T} \quad (14)$$

şeklinde tasarlanmıştır. Pozitif yarı tanımlı bir aday Lyapunov fonksiyonu,

$$V_\phi = (e_7 + e_8)^2 \geq 0 \quad (15)$$

şeklinde seçilmiştir. Bu aday Lyapunov fonksiyonunun bir örneklemedeki farkı,

$$\begin{aligned} \Delta V_\phi &= V_\phi^+ - V_\phi \\ &= (e_7^+ + e_8^+)^2 - (e_7 + e_8)^2 \\ &= (e_7^+ + e_8^+ - e_7 - e_8)(e_7^+ + e_8^+ + e_7 + e_8) \\ &= [(Te_8 + T \frac{I_y - I_z}{I_x} x_{10} x_{12} + \frac{TI_r}{I_x} \Omega_r x_{10} + \frac{Tl}{I_x} U_2 \\ &\quad - \frac{TK_4}{I_x} e_8 - x_{8_d}^+ + \left(1 - \frac{TK_4}{I_x}\right) x_{8_d}] [2e_7 + 2e_8 \\ &\quad + T \frac{I_y - I_z}{I_x} x_{10} x_{12} + \frac{TI_r}{I_x} \Omega_r x_{10} + \frac{Tl}{I_x} U_2 - \frac{TK_4}{I_x} e_8 \\ &\quad - x_{8_d}^+ + \left(1 - \frac{TK_4}{I_x}\right) x_{8_d}] \end{aligned} \quad (16)$$

şeklinde elde edilmektedir. U_2 kontrolcü sinyali

$$U_2 = -\frac{I_x}{l} e_8 + K_4 e_8 - \frac{I_x c_\phi}{Tl} (e_7 + e_8) - \frac{I_y - I_z}{l} x_{10} x_{12} - \frac{I_r}{l} \Omega_r x_{10} + \frac{I_x}{Tl} (x_{8_d}^+ - x_{8_d}) + K_4 x_{2_d} \quad (17)$$

şeklinde tasarlanır. Burada $c_\phi \in (0 \ 2)$ olan bir kontrolcü kazancıdır. (17) numaralı denklemden tasarlanan U_2 kontrolcü sinyali, (16) numaralı denklemden yerine koyulduğunda

$$\Delta V_\phi = c_\phi (c_\phi - 2) V_\phi \leq 0 \quad (18)$$

negatif yarı tanımlı hale gelmektedir. Yuvarlanma açısı için yapılan bu tasarımın yunuslama ve sapma için de gerçekleştirilmesi için durum hataları

$$e_9 = x_9 - x_{9_d} \quad (19)$$

$$e_{10} = x_{10} - x_{10_d} \quad (20)$$

$$e_{11} = x_{11} - x_{11_d} \quad (21)$$

$$e_{12} = x_{12} - x_{12_d} \quad (22)$$

şeklinde tanımlanmıştır ve aday Lyapunov fonksiyonları

$$V_\theta = (e_9 + e_{10})^2 \geq 0 \quad (23)$$

$$V_\psi = (e_{11} + e_{12})^2 \geq 0 \quad (24)$$

seçilmiştir. Bu durumda

$$U_3 = -\frac{I_y}{l} e_{10} + K_5 e_{10} - \frac{I_y c_\theta}{Tl} (e_9 + e_{10}) - \frac{I_z - I_x}{l} x_8 x_{12} - \frac{I_r}{l} \Omega_r x_8 + \frac{I_y}{Tl} (x_{10_d}^+ - x_{10_d}) + K_5 x_{10_d} \quad (25)$$

$$U_4 = -I_z e_{12} + K_6 e_{12} - \frac{I_z}{T} c_\psi (e_{11} + e_{12}) + K_6 x_{12_d} + \frac{I_z}{T} (x_{12_d}^+ - x_{12_d}) - (I_x - I_y) x_{10} x_{12} \quad (26)$$

şeklinde tasarlanır. Burada $c_\theta, c_\psi \in (0 \ 2)$ olan kontrolcü kazançlarıdır. Bu durumda, aday Lyapunov fonksiyonlarının bir örneklemedeki farkları

$$\Delta V_\theta = c_\theta (c_\theta - 2) V_\theta \leq 0 \quad (27)$$

$$\Delta V_\psi = c_\psi (c_\psi - 2) V_\psi \leq 0 \quad (28)$$

negatif yarı tanımlı olarak elde edilmektedir. [23] yayınındaki *Theorem 2* kullanıldığında,

$$(e_i \ e_{i+1}) = (0 \ 0), \ i = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\} \quad (29)$$

durumlarının, $\Delta V_\phi < 0$, $\Delta V_\theta < 0$ ve $\Delta V_\psi < 0$ koşullarını sağlayan en büyük pozitif değişmeyen S kümesine bağlı olarak asimptotik kararlı oldukları görülmektedir. Bu durumda (29) numaralı denklemden verilen sistem hata tanımları, Lyapunov anlamında kararlıdır.

4.2. Konum Kontrolü Tasarımı

Dört pervaneli İHA'ya ait U_1 kontrolcü sinyalinin tasarımı ile dört pervaneli İHA'nın yüksekliği kontrol edilmektedir. Bu amaçla sadece yüksekliğin kontrol edilmesiyle ilgili tasarımlar

paylaşılabilecek olup diğer durumlar için, benzer tasarımlar sonucunda elde edilecek kontrol sinyalleri verilmiştir. Tasarımın ilk aşamasında önce yükseklik ve yükselme hızı hataları,

$$e_5 = x_5 - x_{5_d} \quad (30)$$

$$e_6 = x_6 - x_{6_d} \quad (31)$$

denklemleri ile tanımlanmıştır. Bu denklemlerde, x_{5_d} ve x_{6_d} istenen yükseklik ve istenen yükselme hızını temsil etmektedir.(30) ve (31) numaralı denklemler ile (8)-(9) kullanıldığında

$$e_5^+ = x_5 + Tx_6 - x_{5_d}^+ \quad (32)$$

$$e_6^+ = \left(1 - \frac{TK_3}{m}\right)x_6 + T\frac{\cos x_7 \cos x_9}{m}U_1 - Tg - x_{6_d}^+ \quad (33)$$

denklemleri elde edilmektedir. (32) ve (33) numaralı hata dinamiğinin elde edilmesinde, denklemdeki $x_{6_d}^+$ ifadesi,

$$x_{6_d}^+ = \frac{x_{5_d}^{+2} - x_{5_d}^+}{T} \quad (34)$$

şeklinde tasarlanmıştır. Pozitif yarı tanımlı bir aday Lyapunov fonksiyonu

$$V_z = (e_5 + e_6)^2 \geq 0 \quad (35)$$

şeklinde seçilsin. Bu aday Lyapunov fonksiyonunun bir örneklemedeki farkı,

$$\begin{aligned} \Delta V_z &= V_z^+ - V_z \\ &= (e_5^+ + e_6^+)^2 - (e_5 + e_6)^2 \\ &= (e_5^+ + e_6^+ - e_5 - e_6)(e_5^+ + e_6^+ + e_5 + e_6) \end{aligned} \quad (36)$$

şeklinde elde edilmektedir. U_1 sinyali,

$$\begin{aligned} U_1 &= m \frac{x_{6_d}^+ + (c_z - 1)(e_5 + e_6) - e_5}{T \cos x_7 \cos x_9} \\ &+ \frac{(K_3 - \frac{m}{T})x_6 + mg - me_6}{\cos x_7 \cos x_9} \end{aligned} \quad (37)$$

şeklinde tasarlanır. Burada $c_z \in (0 \ 2)$ olan bir kontrolcü kazancıdır. (37) numaralı denklemde tasarlanan U_1 kontrolcü sinyali, (36) numaralı denklemde yerine koyulduğunda

$$\Delta V_z = c_z(c_z - 2)V_z \leq 0 \quad (38)$$

negatif yarı tanımlı olmaktadır.

Dört pervaneli İHA'yı, e_x ekseninde kontrol eden sinyal u_x ve e_y ekseninde kontrol eden sinyal u_y olarak tanımlanmıştır. x_2^+ ve x_4^+ ile ilgili denklemlerdeki yönelim açıları, istenen yönelim açıları olarak ifade edilirse

$$u_x = (\cos \phi_d \sin \theta_d \cos \psi_d + \sin \phi_d \sin \psi_d)U_1 \quad (39)$$

$$u_y = (\cos \phi_d \sin \theta_d \sin \psi_d - \sin \phi_d \cos \psi_d)U_1 \quad (40)$$

denklemleri elde edilmektedir. Bu denklemler, x_2^+ ve x_4^+ denkleminde yerine koyulduğunda

$$x_2^+ = x_2 + \frac{T}{m}u_x \quad (41)$$

$$x_4^+ = x_4 + \frac{T}{m}u_y \quad (42)$$

denklemleri elde edilmektedir. Burada b_y eksenindeki hareket için yuvarlanma açısının (ϕ) değişimi ve b_x eksenindeki hareket için yunuslama açısının (θ) değişmesi gerekmektedir. Sapma açısının değişimi, bu eksenlerin hareketine doğrudan bir katkıda bulunmadığından bağımsız bir şekilde seçilebilmektedir.

(39) numaralı denklem $\sin \psi_d$ ile ve (40) numaralı denklem $-\cos \psi_d$ ile çarpılıp birbirleriyle toplandığında

$$\phi_d = \arcsin \frac{u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d}{U_1} \quad (43)$$

denklemleri elde edilmektedir. Benzer şekilde (39) numaralı denklem $\cos \psi_d$ ile ve (40) numaralı denklem $\sin \psi_d$ ile çarpılıp birbirleriyle toplandığında

$$\theta_d = \arcsin \frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{U_1 \cos \phi_d} \quad (44)$$

denklemleri elde edilmektedir. Elde edilen (43) ve (44) numaralı denklemler ile hesaplanan yuvarlanma ve yunuslama açıları ve bağımsız bir şekilde seçilebilen sapma açısı, yönelim kontrolüne istenen yönelim olarak verildiğinde b_x ve b_y eksenlerindeki eksik eyleyicili problem giderilmiş olmaktadır.

Yükseklik için yapılan tasarımın diğer eksenler için de gerçekleştirilmesi için durumların hataları

$$e_1 = x_1 - x_{1_d} \quad (45)$$

$$e_2 = x_2 - x_{2_d} \quad (46)$$

$$e_3 = x_3 - x_{3_d} \quad (47)$$

$$e_4 = x_4 - x_{4_d} \quad (48)$$

şeklinde tanımlanmış ve aday Lyapunov fonksiyonları

$$V_x = (e_1 + e_2)^2 \geq 0 \quad (49)$$

$$V_y = (e_3 + e_4)^2 \geq 0 \quad (50)$$

şeklinde seçilmiştir. Bu durumda

$$\begin{aligned} u_x &= m \frac{x_{2_d}^+ - c_x(e_1 + e_2)}{TU_1} \\ &+ \frac{x_{2_d}(K_1 - \frac{m}{T}) - (m + K_1)e_8}{U_1} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} u_y &= m \frac{x_{4_d}^+ - c_y(e_3 + e_4)}{TU_1} \\ &+ \frac{x_{4_d}(K_2 - \frac{m}{T}) - (m + K_2)e_4}{U_1} \end{aligned} \quad (52)$$

şeklinde tasarlanır. Burada, $c_\theta, c_\psi \in (0 \ 2)$ olan kontrolcü kazançlarıdır. Bu durumda, aday Lyapunov fonksiyonlarının bir örneklemedeki farkları

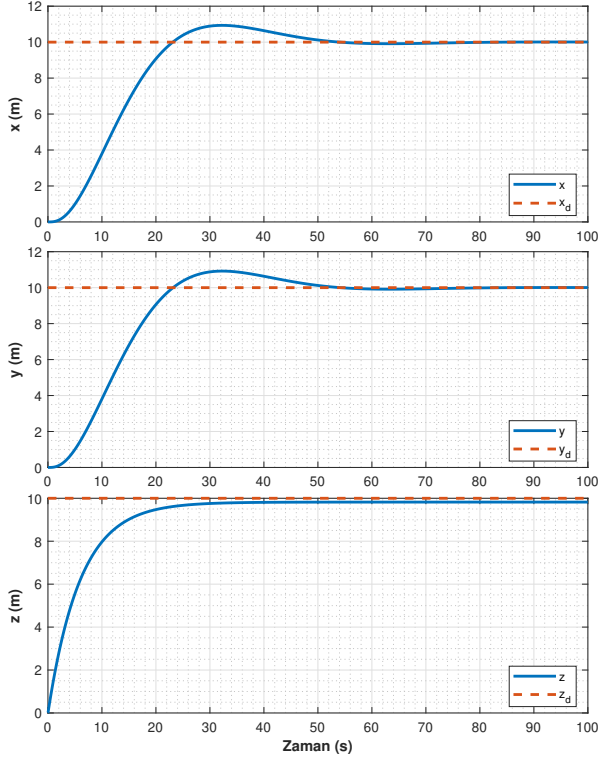
$$\Delta V_\theta = c_\theta(c_\theta - 2)V_\theta \leq 0 \quad (53)$$

$$\Delta V_\psi = c_\psi(c_\psi - 2)V_\psi \leq 0 \quad (54)$$

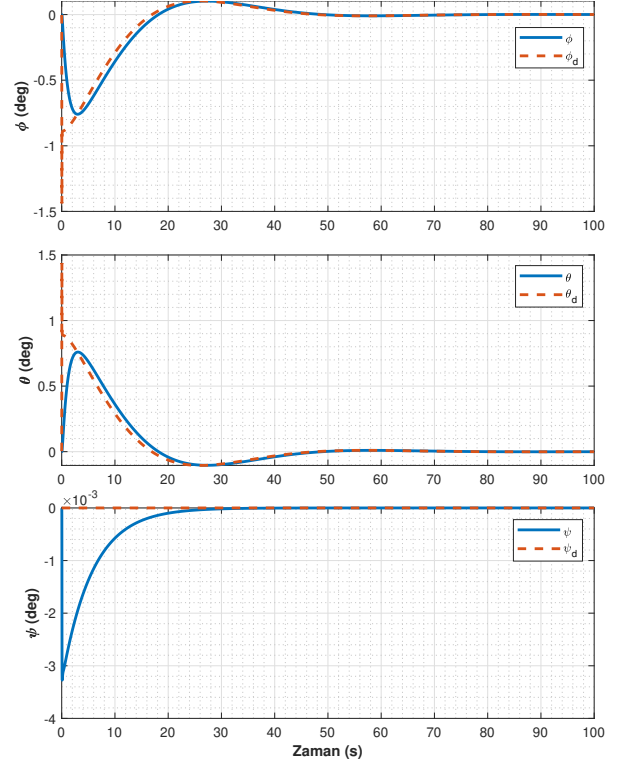
negatif yarı tanımlı olarak elde edilmektedir. [23] numaralı makaledeki *Teorem 2* kullanıldığında,

$$(e_i \ e_{i+1}) = (0 \ 0), i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (55)$$

durumlarının, $\Delta V_x < 0$, $\Delta V_y < 0$ ve $\Delta V_z < 0$ koşullarını sağlayan en büyük pozitif değişmeyen S kümesine bağlı olarak asimptotik kararlı oldukları görülmektedir. Bu durumda (55) numaralı denklemde verilen sistem hata tanımları, Lyapunov anlamında kararlıdır.



Şekil 2: Dört pervaneli İHA'nin konum davranış cevabı.



Şekil 3: Dört pervaneli İHA'nin yönelim davranış cevabı.

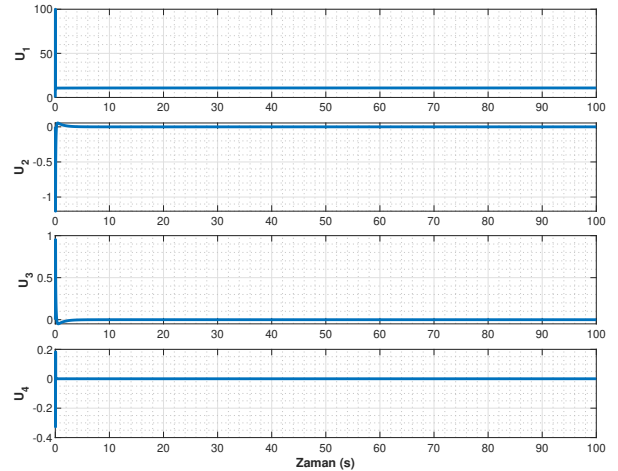
5. Benzetim Çalışması

Dört pervaneli İHA sisteminde yönelim ve konum alt sistemlerinin kararlı kılınması için gerçekleştirilen ayrık zamanlı kontrolcü tasarımının etkinliğini göstermek amacıyla MATLAB ortamında benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmasında çözücü adım zamanı $1 \mu s$ ve kontrolcü örnekleme zamanı ise $1 ms$ olarak ayarlanmıştır. Sisteme ait tüm durumların başlangıç değerleri sıfır olarak kabul edilmiştir. Benzetim ortamında kullanılan sistem parametre değerleri [11] çalışmasında olduğu gibi seçilmiştir.

Benzetim çalışmasında İHA'nın ulaşması istenilen konum $[x_d \ y_d \ z_d] = [10 \ 10 \ 10]$ (m) olarak ayarlanmıştır. İHA'nın sapma açısının hareket süresince kararlı kalması istenmiştir ve istenilen açı değeri sıfır olarak ayarlanmıştır. Kontrolcü kazançları $[c_x, c_y, c_z, c_\phi, c_\theta, c_\psi] = [3 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-1}, 8 \times 10^{-2}, 6 \times 10^{-2}, 2 \times 10^{-3}]$ olarak atanmıştır.

Benzetim sonuçlarında, Şekil 2'de dört pervaneli İHA sisteminin x , y ve z eksenlerindeki hareketleri (mavi sürekli çizgi) ve istenilen yörüngeleri (kırmızı kesikli çizgi), Şekil 3'de sistemin Euler açılarını (mavi sürekli çizgi) ve istenilen yörüngeleri (kırmızı kesikli çizgi) ve son olarak Şekil 4'de ise ayrık zamanlı kontrolcü tarafından elde edilen kontrol sinyalleri gösterilmektedir.

Benzetim sonuçları analiz edildiğinde, dört pervaneli İHA sisteminin x ve y konumlarının istenilen yörüngelere oturduğu gözlenmektedir (bakınız Şekil 2). Ayrıca, bahsedilen kontrol başarısı gerçekleşirken ϕ ve θ açılarının (43) ve (44) denklemlerinde



Şekil 4: Kontrol sinyelleri u_1, u_2, u_3 ve u_4 .

elde edilen referansları başarı ile takip ettiği görülmektedir (bakınız Şekil 3). Böylece İHA sistemindeki eksik eyleyici problemin ayrık zamanda doğrusal olmayan bir kontrol yapısı ile üstesinden gelinmektedir. Bunların yanında z istenilen referans değere oturduğu görülmektedir ve ψ ise kararlılığını korumaktadır. Sonuç olarak, pozitif yarı tanımlı Lyapunov fonksiyonları ile tasarlanan ayrık zamanlı önerilen doğrusal olmayan kontrolcü yapısının başarısı benzetim çalışmaları ile gösterilmiştir.

6. Sonuç

Bu çalışmada, dört pervaneli İHA sisteminin konum ve yönelim kontrolü için ayrık zamanlı doğrusal olmayan kontrol tasarımı ele alınmaktadır. Ayrık zamanlı pozitif yarı tanımlı Lyapunov fonksiyonu tabanlı tasarlanan kontrolcü yapısı, sistemin eksik eyleyicili olduğu göz önünde bulundurularak türetilmektedir. Önerilen kontrol yapısının uygulanabilirliğini göstermek için bilgisayar tabanlı benzetim çalışmaları başarıyla gerçekleştirilmiştir.

Gelecekteki çalışmalarda önerilen denetleyici ile İHA sisteminin parametrik belirsizliklerine karşı dayanıklı hale getirilmesi ve gerçek zamanlı testlerin gerçekleştirilmesi planlanmaktadır.

7. Kaynakça

- [1] L. R. G. Carrillo, A. E. D. López, R. Lozano, and C. Pégard, *Quad rotorcraft control: vision-based hovering and navigation*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Y. Şöhret, A. Dinç, and T. H. Karakoç, “Exergy analysis of a turbofan engine for an unmanned aerial vehicle during a surveillance mission,” *Energy*, vol. 93, pp. 716–729, 2015.
- [3] F. Nex and F. Remondino, “Uav for 3d mapping applications: a review,” *Applied geomatics*, vol. 6, pp. 1–15, 2014.
- [4] H. Shakhathreh, A. H. Sawalmeh, A. Al-Fuqaha, Z. Dou, E. Almaita, I. Khalil, N. S. Othman, A. Khreishah, and M. Guizani, “Unmanned aerial vehicles (uavs): A survey on civil applications and key research challenges,” *Ieee Access*, vol. 7, pp. 48572–48634, 2019.
- [5] W. He, T. Wang, X. He, L.-J. Yang, and O. Kaynak, “Dynamical modeling and boundary vibration control of a rigid-flexible wing system,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 25, no. 6, pp. 2711–2721, 2020.
- [6] W. He, X. Mu, L. Zhang, and Y. Zou, “Modeling and trajectory tracking control for flapping-wing micro aerial vehicles,” *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 8, no. 1, pp. 148–156, 2020.
- [7] I. Lopez-Sanchez and J. Moreno-Valenzuela, “Pid control of quadrotor uavs: A survey,” *Annual Reviews in Control*, vol. 56, p. 100900, 2023.
- [8] H. Mo and G. Farid, “Nonlinear and adaptive intelligent control techniques for quadrotor uav—a survey,” *Asian Journal of Control*, vol. 21, no. 2, pp. 989–1008, 2019.
- [9] T. P. Nascimento and M. Saska, “Position and attitude control of multi-rotor aerial vehicles: A survey,” *Annual Reviews in Control*, vol. 48, pp. 129–146, 2019.
- [10] M. Idrissi, M. Salami, and F. Annaz, “A review of quadrotor unmanned aerial vehicles: applications, architectural design and control algorithms,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 104, no. 2, p. 22, 2022.
- [11] J.-J. Xiong and G. Zhang, “Discrete-time sliding mode control for a quadrotor uav,” *Optik*, vol. 127, no. 8, pp. 3718–3722, 2016.
- [12] S. Shao, M. Chen, and P. Shi, *Robust discrete-time flight control of UAV with external disturbances*, vol. 317. Springer, 2021.
- [13] F. Adiguzel and T. V. Mumcu, “Height and attitude control of a quadrotor uav via discrete-time backstepping,” *Eskişehir Technical University Journal of Science and Technology A-Applied Sciences and Engineering*, vol. 21, no. 3, pp. 396–406, 2020.
- [14] F. Adiguzel and T. V. Mumcu, “Robust discrete-time nonlinear attitude stabilization of a quadrotor uav subject to time-varying disturbances,” *Elektronika ir Elektrotehnika*, vol. 27, no. 4, pp. 4–12, 2021.
- [15] A. Can, I. H. Imran, J. Price, and A. Montazeri, “Robust formation control and trajectory tracking of multiple quadrotors using a discrete-time sliding mode control technique,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 10, pp. 2974–2979, 2022.
- [16] K. Ahmadi, D. Asadi, S.-Y. Nabavi-Chashmi, and O. Tutsoy, “Modified adaptive discrete-time incremental nonlinear dynamic inversion control for quad-rotors in the presence of motor faults,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 188, p. 109989, 2023.
- [17] X. Zhang, Y. Wang, G. Zhu, X. Chen, and C.-Y. Su, “Discrete-time adaptive neural tracking control and its experiments for quadrotor unmanned aerial vehicle systems,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021.
- [18] S. Shao, M. Chen, J. Hou, and Q. Zhao, “Event-triggered-based discrete-time neural control for a quadrotor uav using disturbance observer,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 26, no. 2, pp. 689–699, 2021.
- [19] F. Adiguzel, “Dört rotorlu bir İnsansız hava aracı yönelim davranışının kararlı kılınması için ayrık zamanlı doğrusal olmayan kontrolcü tasarımı,” in *9. Ulusal Havacılık ve Uzay Kongresi*, pp. UHUK–2022–110, İzmir, 2022.
- [20] F. Adiguzel, “A lyapunov-based nonlinear discrete-time controller design for attitude tracking control of quadrotor unmanned aerial vehicles,” in *10th International Conference on Recent Advances in Air and Space Technologies (RAST2023)*, pp. 1-5, İstanbul, 2023.
- [21] A. Iggidr, B. Kalitine, and R. Outbib, “Semidefinite lyapunov functions stability and stabilization,” *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 9, pp. 95–106, 1996.
- [22] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotovic, *Constructive nonlinear control*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [23] J. Grizzle and J.-M. Kang, “Discrete-time control design with positive semi-definite lyapunov functions,” *Systems & Control Letters*, vol. 43, no. 4, pp. 287–292, 2001.