

İkinci Derece Kontrolcü Kullanılarak İki Eklemlilik Eksik Eyleyicili Düzlemsel Robotların Güçlü Stabilizasyonu

Strong Stabilization of Two-Link Underactuated Planar Robots with 2nd Order Controllers

Adile Merve Andaç^{1,2}, Emre Geyik^{2,3}, Hitay Özbay¹

¹Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi, Ankara

{merve.andac, hitay}@bilkent.edu.tr

²Radar ve Elektronik Harp Sistemleri Sektör Başk.
ASELSAN, Ankara

{egeyik}@aselsan.com.tr

³Makine Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

Özetçe

Güçlü stabilizasyon, verilen bir tesis (plant) için geri besleme sistemini kararlı hale getiren kendisi *kararlı* olan kontrolcüler bulmak olarak tanımlanır. Bu çalışmada iki bağlantılı "acrobot" adı verilen bir robotik sisteminin güçlü stabilizasyonu ele alınmaktadır. Doğrusallaştırılmış sistem dördüncü derecedir, iki adet kutup ve bir adet sıfır sağ düzlemdedir. Bu sistem için ikinci dereceli *kararlı* denetleyiciler incelenmiştir. Farklı serbest değişkenlerin kararlılık marjları, yerleşme zamanı ve kapalı çevrim kutuplarına etkileri gösterilmiştir.

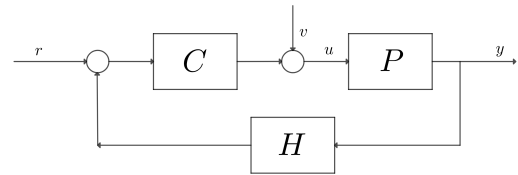
Abstract

Strong stabilization is defined as finding stable controllers that stabilize the feedback system for a given plant. This study addresses the strong stabilization of a robotic system called the "acrobot," which is a two linked underactuated planar robot system. The linearized system is fourth order with two poles and one zero in the right half-plane. Second-order stable controllers have been investigated for this system. The stability margins of various free parameters, settling time, and their effects on the closed-loop poles are demonstrated.

1. Giriş

Güçlü stabilizasyon, verilen bir tesis (plant) için geri besleme sistemi kararlı hale getiren kendisi *kararlı* olan kontrolcüler bulmak olarak tanımlanır. Bu kararlı kontrolcülerin uygulama alanındaki gerekliliği ve faydaları son yarım yüzyılda önemli

araştırma konusu olmuştur [1]. Güçlü stabilizasyon, sistemdeki değişkenlerin beklenmeyen etkilere karşı daha az duyarlı olmasını sağlar ve sistem davranışının öngörülebilirliğini artırır, güvenlik, dayanıklılık ve performans açısından önemli avantajlar sunar. Kararlı olmayan kontrolcüler, kapalı çevrim kırıldığında açık döngü sistemini kararsız hale getirir. Şekil 1'de gösterilen kapalı döngü sisteminde r referans, v kargaşa değerleri, P verilen tesis, C ise tasarlanacak olan kararlı denetleyicinin transfer fonksiyonudur.



Şekil 1: Birim Geri Beslemeli Kontrol Sistemi Blok Diyagramı : $H = 1$ sensör çalışıyor, $H = 0$ sensör bozuk

Bu tür olası sensör bozukluklarına karşı en garantili önlem güçlü stabilizasyon yapmaktır, bkz [2] ve referansları. Ayrıca tesis kararlı veya kararsız olsa bile pratikte kararsız denetleyici kullanılmaktan kaçınılmaktadır. Kararsız denetleyicilerin gerçekleştirilmesi ve gömülü donanımını test etmek kolay bir işlem değildir, [1].

Verilen farklı tesis modelleri için güçlü stabilizasyon yapan denetleyiciler farklı yöntemler ile tasarlanabilir, [1–16]. Bu konuda yayınlanmış olan en yeni makalede, [17] oldukça iyi bir literatür taraması vardır.

Güçlü stabilizasyon, robotik sistemlerde dengeyi korumak

ve istikrarlı bir şekilde hareket etmek için kullanılan önemli bir kavramdır. Bu bağlamda, [13] makalesi *iki bağlantılı eksik eyleyicili düzlemsel robotlar (acrobot, pendubot)* için, güçlü stabilizasyonu gerçekleştiren ilginç bir denetleyici tasarım yöntemi göstermiştir. Her ne kadar acrobot ve pendubot için literatürde farklı kontrolcular tasarlanmış olsa da (örneğin [18–20]) bizim burada ilgilendiğimiz konu bu tür sistemlerin güçlü stabilizasyonudur. Bu açıdan [13] makalesi bizim için denek taşı olacaktır.

İki bağlantılı eksik eyleyicili düzlemsel robotlar, iki eklemli bir kol yapısına sahip olan ve bir bağlantısının hareketi diğerine bağımlı olan robotlardır. Bu robotların temel özelliği, sahip oldukları iki hareketli eklemi tek bir eyleyici ile çalıştırmalarıdır. Bu da, sistemin eksik eyleyicili olması anlamına gelir.

Ancak, güçlü stabilizasyon konsepti, bu tür robotların dengeyi başarıyla sağlamasını mümkün kılar. Bu yöntemde, robotun kontrol edilemeyen bağlantısı veya eklemleri, eyleyicilerin kontrolündeki bağlantılarla birlikte çalışarak istikrarlı bir hareket elde etmek için entegre edilir. Bu sayede, robot dengeyi koruyabilir ve hedeflenen bir konuma veya harekete yönlendirilebilir. Sonuç olarak, iki bağlantılı eksik eyleyicili sistemler güçlü stabilizasyon sağlayan indirgenmiş dereceli kontrolcülerin önemli uygulama alanlarından biridir. Bu uygulamalarda sistemlerin istikrarlı hareket etmesini ve güvenli bir şekilde çalışmasını sağlamak amaçlanmaktadır.

Literatürdeki çalışmalarla birlikte, bu bildiri "*acrobot*" adı verilen robotik sistemi için ikinci dereceden güçlü kontrolcüler tasarlanmış ve kapalı çevrim sistemi simülasyonlar ile incelenmiştir. Bölüm 2'de kontrol edilecek acrobot sisteminin dinamik denklemleri ve transfer fonksiyonu verilmiştir. Bu sistem için önerilen ikinci dereceden güçlü stabilizasyon yapan kontrolcüler Bölüm 3'te tartışılmıştır. Kapalı döngü sistemin performans kriterleri Bölüm 4'te anlatılırken, Bölüm 5'te simülasyon sonuçları değerlendirilmiştir.

2. İki Bağlantılı Eksik Eyleyicili Sistemlerin Tanımlanması

İki bağlantılı eksik eyleyicili düzlemsel robotların, en bilinen sistemleri acrobot ve pendubotlardır [13]. Pendubotlar, iki bağlantılı bir robot koldan oluşur ve en üstteki bağlantı serbestçe dönebilirken, alttaki bağlantı kontrol edilir. Acrobotlar ise, üstte kontrol edilebilir bağlantıya sahiptir ve serbestçe dönebilen bir alt bağlantıdan oluşur. Bu iki robot sistemi, kontrol teorisi ve hareketli robotlar alanında yaygın olarak çalışılan sistemlerdir. Acrobot ve Pendubot, dinamik kontrol, denge ve istikrar, enerji yönetimi gibi konularda araştırmalara ve uygulamalara ilham kaynağı olmuştur. Bu robot sistemleri, çeşitli endüstriyel, eğitim ve araştırma alanlarında kullanılmaktadır.

Bu makalede şekil 2'de gösterilen iki bağlantılı robot sistemi ele alınmıştır. İki bağlantılı robotların hareket denklemleri, Xin ve çalışma arkadaşlarının yayınlarında [13] bulunduğu gibi aşağıda verilmiştir:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = W\tau \quad (1)$$

Hareket denklemlerinde $q = [q_1, q_2]^T$, $W = [\omega_1, \omega_2]^T$ olarak tanımlanmıştır. Pendubot sisteminde $W = [1, 0]^T$ olarak kullanılırken, acrobot sistemi için $W = [0, 1]^T$ değeri kul-

lanılacaktır. Denklem (1)'de τ tek bağlantı noktasından uygulanacak torku ve aşağıdaki denklemlerde g yerçekimi ivmesini ifade etmektedir.

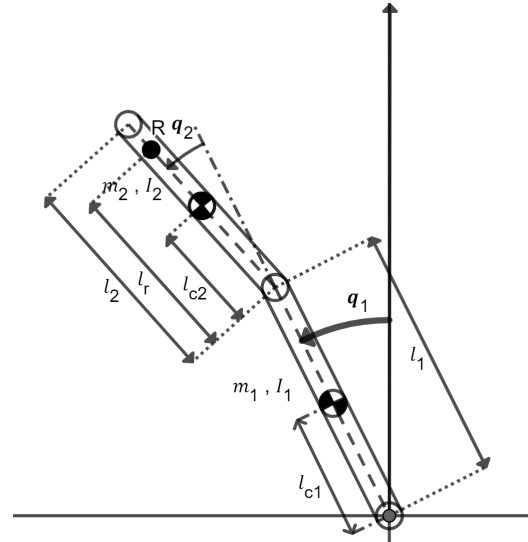
$$M(q) = \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 \cos q_2 & \alpha_2 + \alpha_3 \cos q_2 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \cos q_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$H(q, \dot{q}) = \alpha_3 \begin{bmatrix} -2\dot{q}_1 \dot{q}_2 - \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \sin q_2 \quad (3)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} -\beta_1 \sin q_1 - \beta_2 \sin(q_1 + q_2) \\ -\beta_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \\ \alpha_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2 \\ \alpha_3 = m_2 l_1 l_{c2} \\ \beta_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \\ \beta_2 = m_2 l_{c2}g \end{cases} \quad (5)$$

Mekanik sistemin parametreleri olarak gösterilen m_i, l_i ve J_i , sistemde sırasıyla i bağlantısının kütlesi, uzunluğu ve kütle merkezi çevresinde eylemsizlik momenti olarak gösterilmiştir. Bağlantı noktası i 'den kütle merkezine olan uzaklık ise l_{ci} olarak tanımlanmıştır, ayrıntılar için bkz., [12, 13].



Şekil 2: İki Bağlantılı Eksik Eyleyicili Sistem

Durum vektörü $x = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]$ ve kontrol girdisi $u = \tau$ olarak tanımlanmıştır. Bu makalede, sistemi dik denge noktası, $\tau^e = 0$ ve $q^e = [0, 0, 0, 0]^T$ etrafında kararlı hale getirmek amaçlanmıştır. Bu sistemde sensörden ölçülen çıktı olarak

$$y = l_1 \sin(q_1) + l_r \sin(q_1 + q_2)$$

alınır ve doğrusallaştırma sonucunda girdi çıktı ilişkisi olarak aşağıdaki tesis transfer fonksiyonu $P(s)$ elde edilir (burada [13] makalesindeki tipik parametre değerleri kullanılmıştır).

$$P(s) = \frac{-1.3545(s - 1.281)(s + 1.281)}{(s - 6.101)(s - 2.24)(s + 2.24)(s + 6.101)} \quad (6)$$

Görüldüğü gibi Matlab notasyonunda (6) zpk formatındadır: sıfırları z , $-z$ ve kutupları $p_1, -p_1, p_2, -p_2$ gibi simetriktr,

$$K_p = -1.3545 \quad z = 1.281 \quad p_1 = 2.24 \quad p_2 = 6.101$$

3. Acrobot Sistemi İçin Geliştirilen Kontrolcü Tiplerinin İncelenmesi

Bu makalede (6) ile gösterilen "Acrobot Sistemi" için güçlü stabilizasyon sağlayan kontrolcülerin performansları karşılaştırılmıştır. Farklı şekillerde tasarlanan indirgenmiş dereceli kontrolcüler ile tesisin birlikte verdiği tepkiler, kapalı çevrim kutuplarının pozisyonu, gecikme marjı gibi kararlılık marjları göz önüne alınarak değerlendirilmiştir. Bu çalışma sonucunda elde edilen kontrolcüler simülasyon ortamında "Acrobot Sistemi" ile test edilmiş ve zamana bağlı analiz sonuçları incelenmiştir.

Bu sistemler için daha önceki çalışmalarda tasarlanan indirgenmiş kontrolcüler Tablo 1'de Tip 0 olarak gösterilmiştir [2, 13].

Tip 1, Tip 2 ve Tip 3 olarak adlandırılan olası diğer ikinci derece kontrolcüler Tablo 1'de tanımlanmıştır. Buna göre, Tip 1 kontrolcülerde kontrolcü sıfırlarından biri sistemin açık çevrim kutuplarından biri olmak yerine serbest değişken olarak atanmıştır. Tip 2 kontrolcülerde ise, kontrolcü sıfırları yine sistemin açık çevrim kutup çiftinin değerleriyle belirlenmiş ancak kontrolcü kutuplarının her ikisi de serbest değişken olarak atanmıştır. Son olarak, Tip 3 kontrolcü tipinde sistemin en küçük açık çevrim kutbunun kontrolcünün sıfırlarından biri olarak belirlenmesi dışında kalan sıfır ve diğer iki kontrolcü kutbu serbest değişken olarak atanmıştır.

Tablo 1: İkinci Dereceden Kontrolcü Yapıları

Kontrolcü Tipi	Aktarma Fonksiyonu	Serbest Değişkenler
Tip 0	$\frac{k_c(s+p_1)(s+p_2)}{(s+z)(s+a)}$	k_c, a
Tip 1	$\frac{k_c(s+p_1)(s+b)}{(s+z)(s+a)}$	k_c, a, b
Tip 2	$\frac{k_c(s+p_1)(s+p_2)}{(s+a)(s+b)}$	k_c, a, b
Tip 3	$\frac{k_c(s+p_1)(s+b)}{(s+a)(s+c)}$	k_c, a, b, c

Bu makalede, aynı tesis için literatürde önceden kullanılan kararlı kontrolcü örnekleri sunulmuştur, [2, 13]. Bu kontrolcüler C_X [13] ve C_H [2] olarak tanımlanmış ve simülasyon ortamında koşturulmuştur.

$$C_X(s) = \frac{-131.4411(s+2.24)(s+6.101)}{(s+19.01)(s+1.281)} \quad (7)$$

$$C_H(s) = \frac{-75.7487(s+2.24)(s+6.101)}{(s+10.4206)(s+1.281)} \quad (8)$$

Simülasyonda kullanılmak üzere, farklı tip kontrolcüler için transfer fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

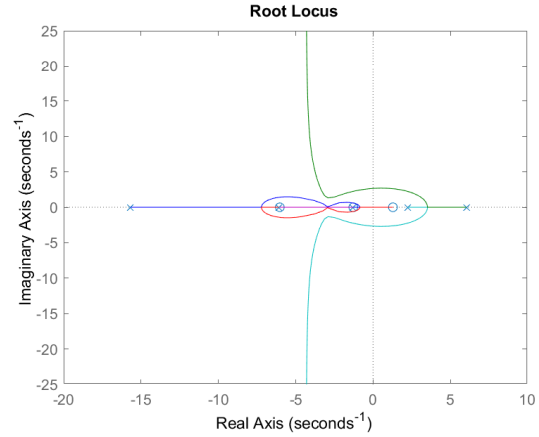
$$C_0(s) = \frac{-122.27(s+2.24)(s+6.101)}{(s+17.87)(s+1.281)} \quad (9)$$

$$C_1(s) = \frac{-110.8(s+2.24)(s+6.033)}{(s+16.18)(s+1.281)} \quad (10)$$

$$C_2(s) = \frac{-118.01(s+2.24)(s+6.101)}{(s+17.4)(s+1.287)} \quad (11)$$

$$C_3(s) = \frac{-106.03(s+2.24)(s+6.029)}{(s+15.68)(s+1.293)} \quad (12)$$

Yukarıdaki numerik değerler her bir tip kontrolcü için kapalı çevrim kutuplarını en sola taşıyacak şekilde seçilmiştir. Örnek olarak C_3 yapısı kullanıldığında k_c serbest iken sistemin kök yer eğrisi aşağıdaki gibidir.



Şekil 3: C_3 için Kök Yer Eğrisi

4. Kapalı Çevrim Kontrol Sistemlerinin Karşılaştırılması

4.1. Performans Metriklerinin Belirlenmesi

Öne sürülen kontrolcü tiplerinin birbirleri ile karşılaştırılması için, çeşitli performans metriklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada toplam 4 performans metriği belirlenmiş olup bu metriklerin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

• Sarf Edilen Toplam Enerji

İlk olarak, kontrol edilen sistemin kararlı olmamasından dolayı sistemi denge noktasına çekene kadar harcanan enerjinin bir metrik olarak ele alınabileceği değerlendirilmiştir. Buna göre, iki bağlantılı eksik eyleyici acrobot veya pendubotların kararlı olduğu "Üst Denge Noktasına" (Upright Equilibrium Point, UEP) kadar kontrolcünün harcadığı enerji sistemin genel salınım bilgisi hakkında da fikir vermektedir. Klasik kontrol sistemlerinde yer alan "yüzde aşırı yanıt" (percent overshoot) metriğine kıyasla harcanan toplam enerjinin metrik olarak kullanılması, acrobot veya pendubotların kararlı olmayan bir başlangıç durumundan üst denge noktasına geçişleri esnasındaki aşırı salınımları hakkında daha pratik bir hesaplama ve yorumlama yeteneği kazandırmaktadır. Buna göre, birim zaman adımındaki açılma yer değiştirme ile söz konusu zaman adımında uygulanan torkun çarpımı o birim zaman boyunca harcanan enerjiyi verecektir. Sistem yerleşme zamanına kadar geçen süre boyunca bu enerjiler toplanarak harcanan toplam enerji hesaplanmaktadır.

$$E_{toplam} = \sum_{k=0}^{k=\frac{t_{yerlesme}}{t_{zaman\ adimi}}} \tau(k) \cdot (q_2(k+1) - q_2(k)) \quad (13)$$

- **Sistem Yerleşme Zamanı**
Klasik kontrol sistemlerinde de sıklıkla kullanılan sistem yerleşme zamanı, bu çalışmada da değerlendirme metriği olarak ele alınmıştır ve sistemin üst denge noktasına ulaştıktan sonra belli bir eşik değeri üzerinde salınım yapmadığı zaman değerini ifade etmektedir.
- **Kapalı Çevrim Kutupları**
Sisteme ait kararlı kapalı çevrim kutuplarının sanal eksene olan mesafesinin sistemin genel çalışma performansına ve stabilitesine etkilerinden yola çıkılarak kapalı çevrim kutuplarının konumları bir değerlendirme metriği olarak ele alınmıştır. Yukarıda verilen $C_0 - C_3$ denetleyiciler bu metrik ele alınarak optimize edilmiştir. Bunların diğer performans kriterleri altında değerlendirmeleri aşağıda yapılmıştır.
- **Kararlılık Marjları**
Son olarak, kontrolcülerin fiziksel olarak uygulanabilirliğinde önem arz eden kararlılık marjları incelenmiş ve kontrolcü tipleri arasında bu değerler karşılaştırılmıştır.

Tablo 2: Kontrolcülerin Kararlılık Marjları

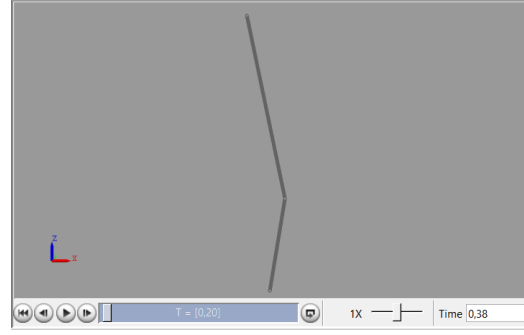
	Tip0X	Tip0H	Tip0	Tip1	Tip2	Tip3
K.çevrim Kutupları	-2.06	-0.38	-3.18	-3.35	-2.22	-2.94
Gecikme Marjı (sn)	0.054	0.017	0.051	0.046	0.050	0.045
Kazanç Marjı (dB)	1.13	0.7	1.22	1.31	1.34	1.51
Faz Marjı (der)	18.58	5.33	16.93	14.94	16.07	13.86

4.2. Simülasyon Sonuçları

Bu bildiri için, MATLAB içerisinde bulunan Simscape Multibody gereci ile mekanik sistemin üç boyutlu animasyonu ve sistem dinamiklerinin görselleştirilmesi sağlanmıştır. Bu model, sistemin fiziksel özelliklerini, dinamiklerini ve denetlenebilirlik durumunu yansıtmaktadır. Ardından, kararlı kontrolcüler bu model üzerinde test edilmiştir.

Multibody eklentisi, karmaşık çok cisimli sistemlerin tasarımı, analizi ve simülasyonu için özel olarak geliştirilmiştir. Bu sayede, gerçek dünyadaki mekanik sistemler matematiksel olarak modellenebilir ve çeşitli senaryolar altında simülasyonlar yapılabilir. Bu çalışmada Tablo 3'de verilen nümerik değerler kullanılmıştır.

Elde edilen zaman bölgesi analiz sonuçları farklı başlangıç koşulları için aşağıda tablolar halinde verilmiştir. Tablo 5'de Tip0H denetleyicisi için kararlı bir sonuç elde edilememiştir. Sonuç olarak bu kontrolcünün denge noktası etrafında çalışma bölgesi diğerlerine nazaran daha sınırlıdır.



Şekil 4: Simscape Multibody ile hazırlanmış simülasyon ortamının video çıktısından bir kesit

Tablo 3: Acrobot Mekanik Model Değişkenleri

Sembol	m_1	m_2	l_1	l_2	l_{c1}	l_{c2}	J_1	J_2
Birim	kg		m				$kg \cdot m^2$	
Değer	1	1	1	2	0.5	1	0.083	0.33

Tablo 4: Kontrolcülerin Simülasyon Sonuçları, Başlangıç Koşulu: $x(0) = [1,1,0,0]$

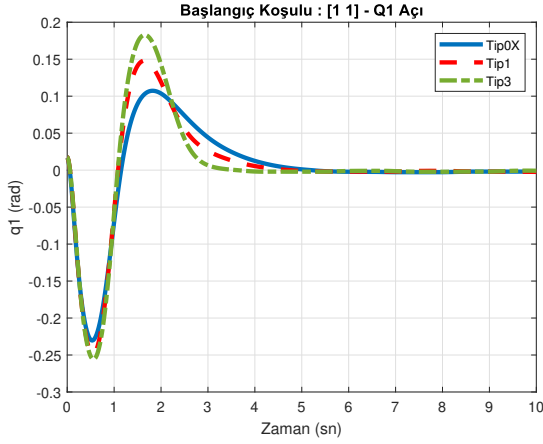
	Tip0X	Tip0H	Tip0	Tip1	Tip2	Tip3
E_{toplam} (J)	4.532	19.99	5.080	5.657	5.320	5.994
Yerleşme Zamanı (s)	2.811	3.924	2.662	2.475	2.571	2.377

Tablo 5: Kontrolcülerin Simülasyon Sonuçları, Başlangıç Koşulu: $x(0) = [1,3,0,0]$

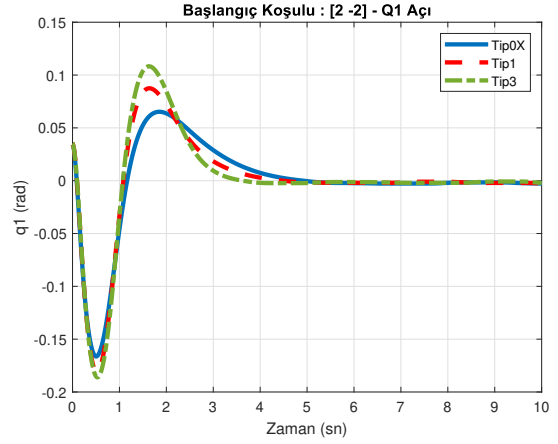
	Tip0X	Tip0H	Tip0	Tip1	Tip2	Tip3
E_{toplam} (J)	13.784	-	16.692	25.493	22.757	61.786
Yerleşme Zamanı (s)	2.651	-	3.194	3.473	3.580	6.973

Tablo 6: Kontrolcülerin Simülasyon Sonuçları, Başlangıç Koşulu: $x(0) = [2,-2,0,0]$

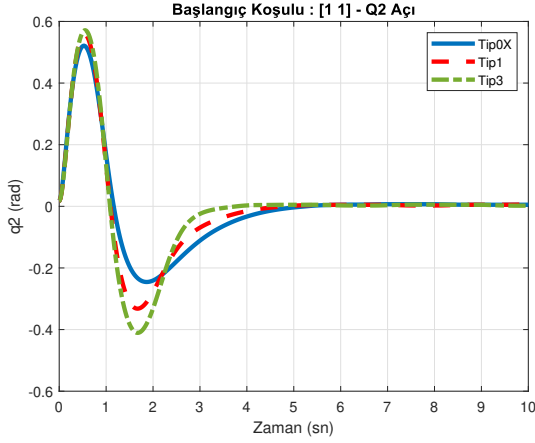
	Tip0X	Tip0H	Tip0	Tip1	Tip2	Tip3
E_{toplam} (J)	14.176	20.325	14.246	14.427	14.272	14.341
Yerleşme Zamanı (s)	2.527	2.678	2.451	2.347	2.437	2.328



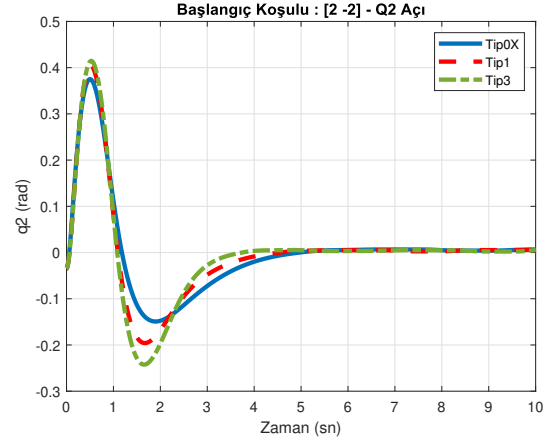
Şekil 5: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Kontrolcülere Ait q_1 Açısı Cevabı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [1,1,0,0]$



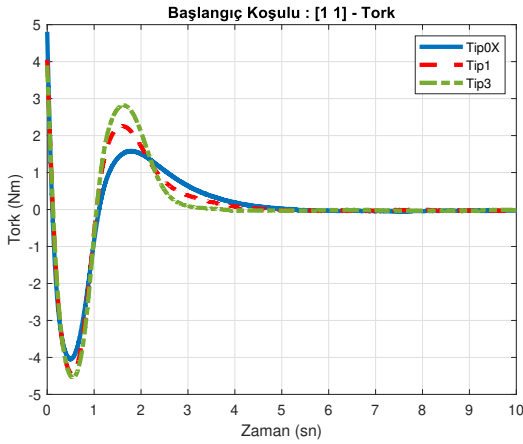
Şekil 8: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Kontrolcülere Ait q_1 Açısı Cevabı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [2,-2,0,0]$



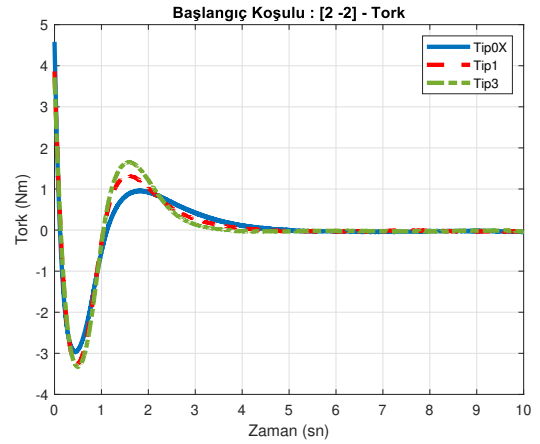
Şekil 6: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Kontrolcülere Ait q_2 Açısı Cevabı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [1,1,0,0]$



Şekil 9: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Kontrolcülere Ait q_2 Açısı Cevabı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [2,-2,0,0]$



Şekil 7: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Yapılarına Ait Kontrol Çıktısı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [1,1,0,0]$



Şekil 10: Tip0X, Tip 1 ve Tip3 Yapılarına Ait Kontrol Çıktısı, Başlangıç Koşulu : $x(0) = [2,-2,0,0]$

5. Değerlendirme ve Sonuç

Bu çalışmada acrobot sisteminin UEP dengesi etrafında doğrullaştırılması sonucunda elde edilen, dördüncü derece bir tesisin ikinci derece kararlı denetleyicilerle güçlü stabilizasyonu incelenmiştir. Tesisin tipik olarak sağ düzlemde iki kutubu bir de sıfırı vardır ve görece derecesi ikidir. Bu sistemin güçlü stabilizasyon için gerekli olan p.i.p (Parity Interlacing Property) koşulunu sağladığı nümerik değerler [13] makalesinden alınmıştır. Farklı yapıdaki denetleyiciler için kapalı döngü kutupları en sola atan parametreler seçilmiştir. Bu denetleyicilerin kararlılık marjları ve farklı başlangıç koşulları altında zaman tepkileri incelenmiştir.

Dikkat edilecek olursa Tip0 yapısal olarak Tip0X ve Tip0H'ı içine almaktadır; C_0 bu tip denetleyiciler arasında kutupları en sola atanıdır. öte yandan enerji açısından Tip0X'in C_0 'dan daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Yerleşme zamanı açısından da genel olarak Tip3 diğer denetleyici tiplerine göre daha iyi sonuç vermektedir. Tip0-1-2 için kapalı döngü sistemde kararlı kutup ve sıfırların (p_1, p_2 ve/veya z) birbirini götürmesi sonucu 4 veya daha az kutup vardır bunların içinde kutupları en sola atan Tip1 denetleyicisidir. Her ne kadar Tip3 denetleyici yapısı Tip1'i de içeriyor olsa da kararlı kutup sıfır sadeleşmesi sadece p_1 'dedir ve dolayısıyla kapalı döngü sistem kutup sayısı burada 5'tir. Ancak kutup sayısı arttıkça, bu kutupların hepsini en sola yerleştirme problemi zorlaşmaktadır.

Tüm farklı performans kriterlerini harmanlayan tek bir maliyet fonksiyonu tanımlayıp incelenen yapıdaki denetleyiciler arasından en iyisini bulmak mümkündür. Burada kilit nokta maliyet fonksiyonunun tanımı olacaktır. İleri çalışmalarımızda bu konuyu ele almayı planlamaktayız.

6. Kaynakça

- [1] H. Özbay and S. Garg, “Stable h^∞ controller design for the longitudinal dynamics of an aircraft,” tech. rep., NASA Technical Memorandum, 1995.
- [2] A. N. Gündeş and H. Özbay, “Strong stabilization of high order plants,” *Automatica*, vol. 140, p. 110256, 2022.
- [3] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, *Feedback control theory*. Courier Corporation, 2013.
- [4] S. Gumussoy and H. Özbay, “Remarks on strong stabilization and stable h^∞ controller design,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 12, pp. 2083–2087, 2005.
- [5] D. U. Campos-Delgado and K. Zhou, “A parametric optimization approach to h^∞ and h^2 strong stabilization,” *Automatica*, vol. 39, no. 7, pp. 1205–1211, 2003.
- [6] P. Cheng, Y.-Y. Cao, and Y. Sun, “Some new results on strong γ_k - γ_{cl} h^∞ stabilization,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 53, no. 5, pp. 1268–1273, 2008.
- [7] H. Özbay, “Robust control of infinite dimensional systems,” in *Encyclopedia of systems and control*, pp. 1207–1214, Springer, 2014.
- [8] M. C. Smith and K. Sodergeld, “On the order of stable compensators,” *Automatica*, vol. 22, no. 1, pp. 127–129, 1986.
- [9] H. U. Ünal and A. İftar, “On strong stabilizability of mimo infinite-dimensional systems,” *Automatica*, vol. 121, p. 109178, 2020.
- [10] H. U. Ünal, “On stable h^∞ controller design for plants with infinitely many unstable zeros and poles,” *Automatica*, vol. 138, p. 110036, 2022.
- [11] M. Vidyasagar, “Control system synthesis- a factorization approach- mit press,(1985),”
- [12] Z. Wang, X. Xin, and Y. Liu, “Strong stabilization of two-link underactuated planar robots,” in *2022 China Automation Congress (CAC)*, pp. 4125–4129, IEEE, 2022.
- [13] X. Xin and Y. Liu, “Reduced-order stable controllers for two-link underactuated planar robots,” *Automatica*, vol. 49, no. 7, pp. 2176–2183, 2013.
- [14] D. Youla, J. Bongiorno Jr, and C. Lu, “Single-loop feedback-stabilization of linear multivariable dynamical plants,” *Automatica*, vol. 10, no. 2, pp. 159–173, 1974.
- [15] M. Zeren and H. Özbay, “On the synthesis of stable h^∞ controllers,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 2, pp. 431–435, 1999.
- [16] M. Zeren and H. Özbay, “On the strong stabilization and stable h^∞ -controller design problems for mimo systems,” *Automatica*, vol. 36, no. 11, pp. 1675–1684, 2000.
- [17] J. D. Stefanovski, “Interpolation with strongly f-positive real matrix and application to strong stabilization,” *Automatica*, vol. 154, p. 111093, 2023.
- [18] L. Wiklendt, S. Chalup, and R. Middleton, “A small spiking neural network with lqr control applied to the acrobot,” *Neural Computing and Applications*, vol. 18, pp. 369–375, 2009.
- [19] S. C. Brown and K. M. Passino, “Intelligent control for an acrobot,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 18, pp. 209–248, 1997.
- [20] L. Li, Y. Miao, A. H. Qureshi, and M. C. Yip, “Mpcmpnet: Model-predictive motion planning networks for fast, near-optimal planning under kinodynamic constraints,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 4496–4503, 2021.