

# Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracı için Parametre Uzayı Tabanlı İç Çevrim Açısal Hız Kontrol Sistemi Tasarımı ve Benzetimi

## Parameter Space Based Inner Loop Angular Rate Control System Design and Simulation for a Quadrotor Aerial Vehicle

Muhammed Özdemir<sup>1</sup>, Mümin Tolga Emirler<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Davutpaşa Yerleşkesi, 34220, Esenler / İstanbul  
muhammed.ozdemir@std.yildiz.edu.tr, emirler@yildiz.edu.tr

<sup>2</sup>Havacılık Elektrik ve Elektronik Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Davutpaşa Yerleşkesi, 34220, Esenler / İstanbul

### Özetçe

Bu bildiride dört rotorlu bir hava aracı sistemi için kuaterniyon tabanlı duruş kontrolcüsü ve parametre uzayı tabanlı açısal hız kontrolcüsü tasarımı amaçlanmıştır. Duruş kontrolcüsünde kuaterniyon tabanlı kontrolcü kullanılması, agresif manevra kabiliyetini artırmayı ve gimbal kilidinden kaçınarak hava aracının kararsız hale gelmesini önlemeyi amaçlamaktadır. Çalışmada dört rotorlu hava aracı sistemi için iç içe geçmiş bir kontrol yapısı kullanılmıştır. Kuaterniyon tabanlı duruş kontrolcüsünün çıkışı, iç çevrim açısal hız kontrol sistemi için açısal hız komutlarını oluşturmaktadır. İç çevrim açısal hız kontrolcüsünün kazanç değerleri, D-kararlılığını, kazanç payı ve faz payı gereksinimlerini sağlayan parametre uzayı çözüm alanından seçilmiştir. Önerilen kontrol yapısının performansı benzetim çalışmasıyla test edilmiştir.

### Abstract

This paper aims to design a quaternion-based attitude controller and parameter space based angular rate controller for a quadrotor aerial vehicle system. The use of quaternion-based control in the attitude controller is intended to enhance aggressive maneuverability and prevent the destabilization of the quadcopter by avoiding gimbal lock. The study employs a nested control structure for the quadrotor aerial vehicle system. The output of the quaternion-based attitude controller generates the angular rate commands for the inner loop angular rate control. The gain values of the inner loop angular rate controller are selected from parameter space solution region which satisfies D-stability, gain margin and phase margin requirements. The performance of the proposed control structure is tested with simulation study.

### 1. Giriş

Dört rotorlu hava aracı sistemi, dört motorun bir gövdeye bağlı olduğu, dikey kalkış ve iniş yapabilen, agresif manevralar gerçekleştirebilen bir hava aracıdır. Otopilot ve motor yerleşimine bağlı olarak artı (+) veya çapraz (x) konfigürasyonlar kullanılabilir [1]. Dikey iniş-kalkış özelliği sayesinde pist gereksinimi olmadan hızla sivil alanlara entegre olabilmeye avantajına sahiptir.

Dört rotorlu hava aracı sistemlerinde duruş kontrolü, üzerine çalışılan önemli bir kontrol problemidir [2]. Hava aracının agresif hareketleri sırasında, performans kaybını önlemek ve yüksek açılı durumlarda ortaya çıkan gimbal kilidi sorununu matematiksel olarak çözmek önem kazanmaktadır [3]. Bu amaçla, duruş kontrolünde kuaterniyon tabanlı bir kontrolcü kullanılmaktadır. Kuaterniyonlar, hava aracının konumunu ve yönelimini ifade etmek için kullanılan bir matematiksel gösterimdir. Kuaterniyon tabanlı kontrolcü, hava aracının istenen duruşunu hassas bir şekilde kontrol edebilme yeteneği sağlar ve agresif manevralar yapabilmeye kabiliyetini artırır [4]. Dış çevrimde kuaterniyon tabanlı kontrol sistemi ile elde edilen açısal hız komutları, iç çevrim kontrol sistemiyle hava aracına uygulanmaktadır.

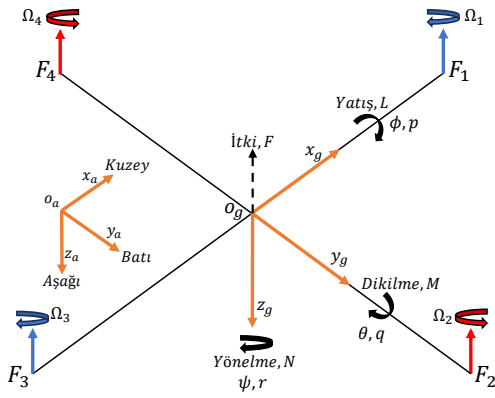
Parametre uzayı yöntemi, zaman ve frekans tanım bölgeleri isteklerinin ve dayanıklılığın sağlanması, bozucu etkilere ve gürültüye karşı hassasiyetin azaltılması gibi gereksinimlerinin tasarım sürecine katılmasına imkan veren, esnek bir kontrol sistemi tasarım ve analiz yöntemidir [5, 6]. Bu bildiride hava aracı iç çevrim açısal hız kontrolü için parametre uzayı yöntemi kullanılarak D-kararlılığı, kazanç ve faz payı gereksinimlerini karşılayan kontrol sistemi tasarımı ve analizi üzerinde durulmuştur.

Bildirinin bundan sonraki bölümleri şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2’de dört rotorlu hava aracının matematiksel modellenmesinin ve kontrol yapısının üzerinde durulmuştur. Bölüm 3’te parametre uzayı yöntemi ile kontrol sistemi tasarımı anlatılmıştır. Bölüm 4’te tasarlanan kontrolcünün doğrusal olmayan modele uygulanmasıyla elde edilen benzetim sonucu verilmiştir. Bildiri Bölüm 5’te verilen sonuçlarla sonlandırılmıştır.

## 2. Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracının Modellenmesi ve Kontrol Yapısı

Dört rotorlu hava aracı sistemi, 6 serbestlik derecesine sahip bir sistemdir. Bu serbestlik derecelerinin 3'ü kuvvet bileşenlerini ( $F_x, F_y, F_z$ ) ve diğer 3'ü moment bileşenlerini ( $L, M, N$ ) ifade eder.

Dört rotorlu hava aracı sistemi, hareketlerini ifade edebilmek için iki eksen takımı kullanır. Şekil 1'de görüldüğü üzere, ilk eksen takımı aracın gövdesine sabit olan  $(x_g, y_g, z_g)$  gövde eksen takımıdır. Bu eksen takımı, hava aracı ile birlikte hareket eder ve gövde üzerindeki kuvvet, açısal hız ve momentleri ifade etmek için kullanılır. Diğer bir eksen takımı ise  $(x_a, y_a, z_a)$  ataletsel eksen takımıdır. Bu eksen takımı sabit bir eksen takımıdır ve her zaman  $x_a$  kuzeyi,  $y_a$  batıyı ve  $z_a$  aşağıyı gösterir. Konum, hız, açı gibi ölçümler ise ataletsel eksen takımı üzerinden ifade edilir [7].



Şekil 1: Hava Aracı Koordinat

### 2.1. Matematiksel Model

Hava aracında, her bir motorun dönmesiyle pervaneler tarafından oluşturulan hava akışı, itki kuvvetinin oluşmasını sağlar. Momentler ise, motorların oluşturduğu itki kuvvetinin kol boyu uzunluğuyla çarpılmasıyla elde edilir. Tasarlanan hava aracı modeli (+) konfigürasyonuna sahip olduğu için kuvvet ve moment denklemleri, (1) denklemi ile ifade edilebilir [8]:

$$\begin{bmatrix} F \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b & -b & -b & -b \\ 0 & -bl & 0 & bl \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

burada  $F$  motorlar tarafından üretilen toplam kuvveti,  $L$  hava aracı üzerindeki yatış momentini,  $M$  hava aracı üzerindeki dikilme momentini,  $N$  hava aracı üzerindeki yönelme momentini,  $b$  itki katsayısını,  $d$  moment katsayısını,  $\Omega_i$ ,  $i$ . motorun açısal hızını ifade etmektedir.

### 2.1.1. Kuaterniyon Kinematiki

Kuaterniyonlar, hava aracının duruşunu ifade etmek için kullanılan matematiksel araçlardır. Duruş çevrimi sırasında gimbal kilidinin önüne geçebilmek için hava aracının duruşu kuaterniyonlar kullanılarak ifade edilir. Kuaterniyonlar, hava aracının yönelimini tam olarak tanımlayabilen dört parametre içerir. Bu sayede gimbal kilidi sorunu ortadan kaldırılır ve hava aracının istenilen yöne dönmesi sağlanır.

(2) denklemde görüldüğü gibi, kuaterniyon vektörü  $q$ 'nun türevi, kuaterniyon vektörü  $q$ 'nun gövde açısal hız vektörü  $\omega_g$  ile kuaterniyon çarpımı ( $\otimes$ ) yapılarak elde edilir [9].

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \otimes \omega_g \quad (2)$$

Kuaterniyon vektörü  $q$ 'yu,  $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]$  şeklinde ifade edebiliriz. Burada  $q_0$  skaler kısmı,  $[q_1, q_2, q_3]$  ise vektörel kısmı temsil eder. Vektörel kısım, hava aracının duruş yönünü ve boyutunu ifade ederken, skaler kısım vektörün kendi eksenini etrafındaki dönüş açısını gösterir.

### 2.1.2. Moment Denklemi

Hava aracına etki eden toplam moment alttaki eşitlik ile ifade edilir:

$$\tau = I \dot{\omega}_g + (\omega_g \times I \omega_g) \quad (3)$$

burada  $I$  hava aracının ataletini,  $\omega_g$  hava aracının gövde eksenindeki açısal hızını,  $\dot{\omega}_g$  hava aracının gövde eksenindeki açısal hızının zamana göre türevini ifade etmektedir.

Motorlardan elde edilen moment ( $L, M, N$ ), jiroskopik moment  $M_j$  ve aerodinamik moment  $M_a$  toplamıyla toplam moment hesaplanır. Ancak  $M_j$  ve  $M_a$  momentlerinin etkisi düşük olduğundan hesaplamalarda genellikle ihmal edilir [10].

Matematiksel modelde  $I$  bilindiğinde ve  $\tau$  değeri elde edildiğinde (3) denklemde bulunan  $\omega_g$  yalnız bırakılarak hava aracının gövde eksenindeki açısal hızı elde edilir.

### 2.1.3. Kuvvet Denklemi

Hava aracı için gövde eksenindeki toplam kuvvet eşitliği alttaki gibi yazılır:

$$F_g = m(\dot{v}_g + \omega_g \times v_g) \quad (4)$$

burada  $m$  hava aracının kütlesi,  $v_g$  hava aracının gövde eksenindeki çizgisel hızını ve  $\dot{v}_g$  hava aracının gövde eksenindeki çizgisel hızının zamana göre türevini ifade eder.

Hava aracına etki eden toplam kuvvet  $F_g$ , üç farklı bileşenin toplamıyla oluşur. Birincisi motorlar tarafından üretilen  $F$  kuvveti, ikincisi yer çekimi tarafından oluşturulan  $F_y$  kuvveti ve son olarak rüzgarın sürüklenme kuvvetiyle oluşan  $F_r$  kuvvetidir.  $F_y$  kuvveti alttaki gibi elde edilebilir:

$$F_y = q^* \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \otimes q \quad (5)$$

burada  $q^*$  kuaterniyonun eşleşimini ve  $[0 \ 0 \ mg]^T$  ataletsel eksen takımında yer çekimi kuvvetini temsil eder. (5) denklemi yer çekimi kuvvetinin ataletsel eksen takımından gövde eksen takımına dönüşümünü gösterir [9].

Rüzgarın sürüklenme kuvvetiyle oluşan  $F_r$  kuvveti alttaki gibi yazılabilir:

$$F_r = \frac{1}{2} \rho C_D A v_g |v_g| \quad (6)$$

burada  $\rho$  ortam yoğunluğu,  $C_D$  hava direnci katsayısı,  $A$  nesnenin kesit alanını temsil etmektedir. Kuvvetin yönünün belirlenebilmesi için  $v_g$  ile mutlak değeri işleme alınmıştır [10].

Matematiksel modelde  $F_g = F + F_y + F_r$  elde edildikten sonra, (4) denkleminde  $v_g$  yalnız bırakıldığında gövde eksenindeki çizgisel hız elde edilmiş olur.

#### 2.1.4. Motor Dinamiği

Doğru akım motorları, gerilim uygulandığında dönme etkisi elde etmek için kullanılan motorlardır. Bu çalışmada, motorun gerilim ve açısal hız arasındaki ilişkisi matematiksel olarak modellenmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde, uygulanan gerilim ile istenen açısal hız arasında doğrusal bir katsayı elde edilerek, hedeflenen açısal hız ve elde edilen açısal hız arasındaki ilişkiyi ifade eden motor transfer fonksiyonu (7) denkleminde görüldüğü şekilde elde edilmiştir [11], [12].

$$M_{TF}(s) = \frac{\Omega(s)}{\Omega_r(s)} = \frac{\frac{K_m K_d}{R J}}{s + \frac{1}{J} \left( D + \frac{K_m K_e}{R} \right)} \quad (7)$$

burada  $\Omega$  motor açısal hızını,  $\Omega_r$  referans açısal hızını,  $K_m$  yük moment sabitini,  $K_d$  gerilim ile  $\Omega$  arasındaki doğrusal kazanç sabitini,  $R$  motor direncini,  $J$  motor momentini,  $D$  sürtünme katsayısını ve  $K_e$  elektriksel kuvvet sabitini göstermektedir.

#### 2.2. Kontrol Yapısı

Şekil 2'de dört rotorlu hava aracının dış ve iç çevrim kontrolünü içeren kontrol yapısı gösterilmiştir. Dış duruş çevriminde kuaterniyon tabanlı kontrolcü kullanılmıştır. Kuaterniyon tabanlı duruş kontrolcüsünde, referans açı komutundan  $(\phi_r, \theta_r, \psi_r)$ , referans ivme vektörü  $i_r$  oluşturulmaktadır. Hava aracında gövde ivme vektörü  $i_g$  her zaman  $[0, 0, -1]^T$  yönünde oluşmaktadır. (8) denklemi ile  $i_g$  ve  $i_r$  vektörleri arasındaki açı  $\alpha$  hesaplanabilmektedir. (9) denklemi ile  $i_g$  ve  $i_r$  gösterildiği gibi dış çarpım ile dönüş vektörü  $r_v$  hesaplanmıştır.

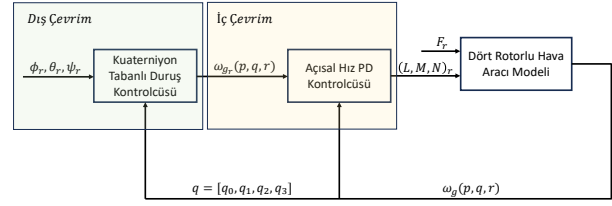
$$\alpha = \arccos(i_g \cdot i_r) \quad (8)$$

$$r_v = i_g \times i_r \quad (9)$$

Elde edilen açı ve vektör kullanılarak kuaterniyon tanımında bulunan skaler ve vektörel kısım elde edilmiştir. Bu sayede hata kuaterniyonunun skaler kısmı  $\alpha$  ile vektörel kısmı  $r_v$  ile elde edilmiştir. Elde edilen hata kuaterniyonundan kontrol kuralı kullanılarak açısal hız komutu oluşturulmuştur. Detaylar [4] nolu kaynağa bakılabilir. İç çevrimde ise açısal hız PD kontrol sistemi tasarımı yapılmıştır. Bu kısmın detayları bundan sonraki bölümlerde verilmiştir.

#### 2.3. Kontrol Sistemi Tasarımı için Doğrusallaştırma

Dört rotorlu hava aracı sistemleri, doğrusal olmayan sistemlerdir. Parametre uzayı yöntemi gibi doğrusal sistem modeli kullanan kontrol yöntemlerinin uygulanmasından önce sistemin doğrusallaştırılması gerekmektedir. Doğrusallaştırma ile doğrusal kontrol teorisi kavramlarının kullanılmasını sağlar.



Şekil 2: Dört rotorlu hava aracının dış ve iç çevrim kontrolünü içeren kontrol yapısı.

Dört rotorlu hava aracı sistemi için doğrusallaştırma noktası, hava aracının havada askıda kaldığı durum olarak seçilmiştir [8]. Bu durumda, hava aracı üzerindeki moment, açısal hız, çizgisel hız, açı ve konum durumları sabit kalmaktadır. Kontrolcü tasarımı bu doğrusal model üzerinden gerçekleştirilmekte ancak tasarımdan sonra doğrusal olmayan hava aracı modelinde yapılan benzetimlerle gerçek hava testleri öncesi mümkün olduğu kadar gerçekçi bir benzetim ortamı oluşturulmaktadır.

##### 2.3.1. Yatış Çevrimi Doğrusallaştırma

Sistemde moment ve kuvvet değişimini elde etmek için Taylor serisi açılımı kullanılarak doğrusallaştırma yapılabilir. Hava aracı, x ve y eksenleri boyunca simetrik olduğu için yatış ve dikilme dinamikleri aynıdır. Doğrusallaştırma işlemi için eksenlerden birini seçmek yeterlidir. Bu durumda doğrusallaştırılacak eksen yatış eksenini olarak seçilmiştir.

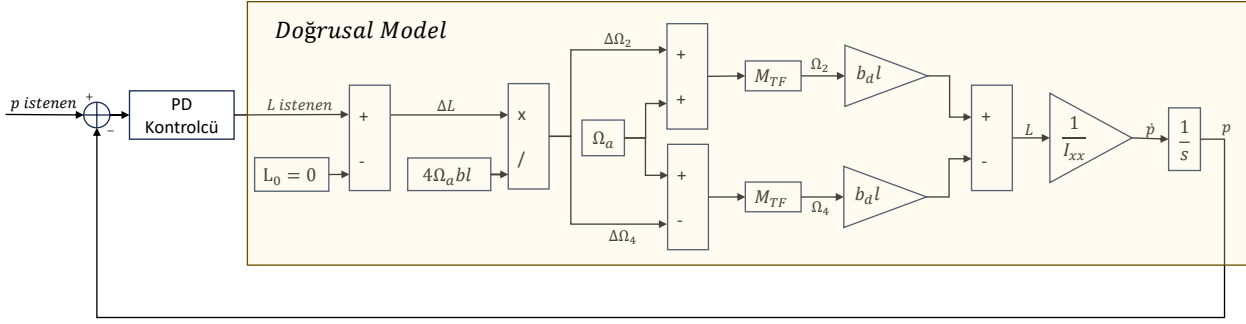
Sistemi askıda kalma durumuna göre doğrusallaştırdığımızda, başlangıç moment değerleri sıfır olarak kabul edilir. Hava aracı askıda kalma durumunda  $F = mg$  kadar kuvvet üretir. Bu üretilmiş olan kuvvet, her bir motora eşit olarak dağıtıldığında  $i$ . motor başına düşen itki elde edilir. Elde edilen itki değerinden askıda kalma açısal hızı  $\Omega_a$  değerine ulaşmak için kuvvet değeri itki katsayısına bölünerek karekökü (10) denkleminde görüldüğü gibi alınmalıdır [13]:

$$\begin{cases} F_i = \frac{mg}{4} \\ \Omega_a = \sqrt{\frac{mg}{4b}} \end{cases} \quad (10)$$

(11) denklemi ile verilen yatış momentinin, başlangıç değerinin sıfıra eşit olduğu kabul edilerek 1. dereceden Taylor serisi ile açıldığında (12) denklemi gösterilen yatış momenti değişimi elde edilmiş olur.

$$L = -\Omega_2^2 bl + \Omega_4^2 bl \quad (11)$$

$$\begin{cases} \Delta L = - \left. \frac{d(\Omega_2^2 bl)}{d\Omega_2} \right|_{\Omega_2=\Omega_a} \cdot (\Omega_2 - \Omega_a) \\ \quad + \left. \frac{d(\Omega_4^2 bl)}{d\Omega_4} \right|_{\Omega_4=\Omega_a} \cdot (\Omega_4 - \Omega_a) \\ = -2\Omega_a bl \Delta\Omega_2 + 2\Omega_a bl \Delta\Omega_4 \\ \Delta L = 2\Omega_a bl (\Delta\Omega_4 - \Delta\Omega_2) \end{cases} \quad (12)$$



Şekil 3: Yatış iç çevrim kontrolü ve doğrusal model.

Diğer moment ve kuvvet denklemleri için Taylor seri açılımı yapıldığında (13) denkleminde gösterilen değişimler elde edilir:

$$\begin{cases} \Delta F = 2\Omega_a b(\Delta\Omega_1 + \Delta\Omega_2 + \Delta\Omega_3 + \Delta\Omega_4) \\ \Delta L = 2\Omega_a b l(\Delta\Omega_4 - \Delta\Omega_2) \\ \Delta M = 2\Omega_a b l(\Delta\Omega_3 - \Delta\Omega_1) \\ \Delta N = 2\Omega_a d(-\Delta\Omega_1 + \Delta\Omega_2 - \Delta\Omega_3 + \Delta\Omega_4) \end{cases} \quad (13)$$

Elde edilen kuvvet ve moment değişimlerinden istenen  $\Omega$  değerleri alttaki gibi yazılabilir:

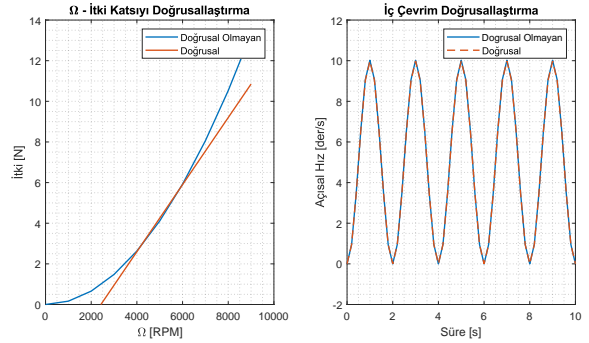
$$\begin{cases} \Delta\Omega_1 = \frac{\Delta F}{8\Omega_a b} - \frac{\Delta M}{4\Omega_a b l} - \frac{\Delta N}{8\Omega_a d} \\ \Delta\Omega_2 = \frac{\Delta F}{8\Omega_a b} - \frac{\Delta L}{4\Omega_a b l} + \frac{\Delta N}{8\Omega_a d} \\ \Delta\Omega_3 = \frac{\Delta F}{8\Omega_a b} + \frac{\Delta M}{4\Omega_a b l} - \frac{\Delta N}{8\Omega_a d} \\ \Delta\Omega_4 = \frac{\Delta F}{8\Omega_a b} + \frac{\Delta L}{4\Omega_a b l} + \frac{\Delta N}{8\Omega_a d} \end{cases} \quad (14)$$

Yatış çevrimi için doğrusal sistem modellenmesi aşağıdaki adımlar izlenerek gerçekleştirilebilir. Açısal hız kontrolcüsünün çıkışı moment komutu olarak kabul edildiğinde  $\Delta L$  değeri (12) denklemi kullanılarak elde edilebilir. Bu sayede (14) denklemi kullanılarak 2. ve 4. motorlar için istenen  $\Delta\Omega$  değerleri elde edilir. Ardından istenen  $\Omega$  değerleri motor transfer fonksiyonuna uygulanarak gerçekleşen  $\Omega$  değerleri elde edilir. Sonuç olarak, 2. ve 4. motorlardaki  $\Omega$  değerleri belirlenmiş olur. Bu  $\Omega$  değerlerinden itki elde edilir ve elde edilen itki, kol boyu ile çarpılarak moment oluşturulur. Ancak itki katsayısı ile  $\Omega$  değerinin karesi işleme alındığından, bu karesel işlem doğrusallığı bozmaktadır. Doğrusal bir ilişki sağlamak için  $\Omega$  ile itki arasında çalışma noktasındaki doğrusal değişim göz önüne alınır ve böylece Şekil 4’de görüldüğü üzere doğrusal itki kazancı  $b_d$  elde edilir. Bu sayede iki motorla elde edilen moment değerleri doğrusal olarak hesaplanabilir. Elde edilen moment değeri, atalet değerine bölünerek açısal ivme değerine ulaşılır. Ardından integral işlemi uygulanarak açısal hız değeri elde edilir. Bu yolla doğrusal durumda açısal hız çevriminin blok diyagramı, Şekil 3’te görüldüğü gibi elde edilir.

Şekil 3’teki doğrusal model, transfer fonksiyonu olarak (15) denklemi ile belirtilebilir:

$$P(s) = \frac{(M_{TF} b_d K_d)s + M_{TF} b_d K_p}{(2\Omega_a b I_{xx} + M_{TF} b_d K_d)s + M_{TF} b_d K_p} \quad (15)$$

Doğrusal ve doğrusal olmayan sisteme aynı moment komutu verildiğinde Şekil 4’te görüldüğü gibi benzer açısal hız çıkış değerleri elde edilmektedir.



Şekil 4: İtki katsayısının bulunması, doğrusal ve doğrusal olmayan modelin karşılaştırılması.

### 3. Parametre Uzayında Kontrol Sistemi Tasarımı

Parametre uzayı yöntemi, belirsizlik içeren doğrusal zamandan bağımsız sistemlerin kararlılık analizine ve kontrol sistemi tasarımına olanak sağlar. Parametre uzayı tasarımı yöntemi, özellikle iki veya üç kontrol kazancının hesaplanmak istendiği, çok amaçlı zaman ve frekans tanım bölgesi tasarım gereksinimlerinin bulunduğu durumlarda, kontrol sistemi tasarımcısına çeşitli seçenekleri bir arada sunabilen bir yöntemdir. Bu çalışmada temelinde Hurwitz kararlılığı bulunan fakat performans gereksinimlerini de içeren D - kararlılığı ile frekans tanım bölgesi gereksinimlerinin birlikte parametre uzayına aktarıldığı bir yaklaşım izlenmiştir. Detaylar [6] nolu kaynakta bulunabilir.

### 3.1. Hurwitz Kararlılığı

Hurwitz kararlılığı, karakteristik denklemin köklerinin her birinin sol yarı düzlemde bulunmasını gerektirir. Eğer kökler sağ yarı düzleme geçmişse, köklerin sürekliliği gereği sanal eksen keserek geçiş gerçekleşmiştir. Bu durum, üç başlık altında incelenir.

#### 3.1.1. Karmaşık Kök Sınırı

Karmaşık kök sınırı (KKS), karmaşık eşlenik kök çiftinin sanal eksen kesmesi durumudur. Bu durumda karakteristik denkleme Laplace operatörü olan 's' yerine 'jw' konulur. Ardından, sistemin karakteristik denkleminin gerçek ve sanal köklerini sıfıra eşitlenerek iki denklem elde edilir. Bu denklemlerde 'w' frekansının değişimiyle, belirsiz parametrelerin veya kontrolcü kazanç değerlerinin oluşturduğu parametre uzayı çözüm alanları 2 boyutlu grafikler üzerinde elde edilir.

#### 3.1.2. Gerçek Kök Sınırı

Gerçek kök sınırı (GKS), sanal eksen  $w = 0$  noktasında kesen gerçek kök bulunur. Bu durumda, karakteristik denkleme 's' yerine '0' yazılır ve belirsizlikler veya kazanç değerleri için 2 boyutlu parametre uzayı grafiği elde edilir. Bu yaklaşımda sanal kısım olmadığı için, çözüm gerçek kısımdan elde edilir.

#### 3.1.3. Sonsuz Kök Sınırı

Sonsuz kök sınırı (SKS), sonsuz frekans değerinde sanal eksenin üstünden veya altından köklerin geçmesiyle belirlenir. Bu durumda, çözüm elde edilirken sistem karakteristik denklemindeki frekans değeri sonsuz götürülür. Bu matematiksel olarak elde edilen karakteristik denklemin en yüksek dereceli teriminin katsayısına denk gelir.

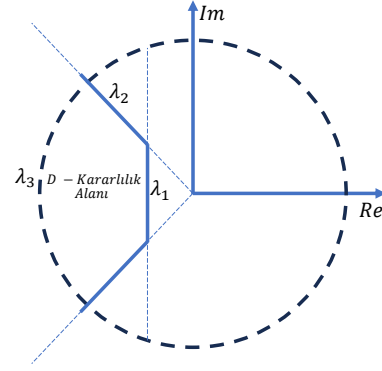
### 3.2. D - Kararlılığı

D-kararlılığı, Hurwitz kararlılığının bir alt kümesidir. D-kararlılıkta belirli tasarım parametreleri tanımlanarak sistemin kararlılığının yanında sistemin performansını da dikkate alınabilir.

D-kararlılık bölgesi, Şekil 5'te gösterilen  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  ve  $\lambda_3$  üç sınır çizgisinden oluşmaktadır. Bu üç çizgi için de KKS, GKS ve SKS incelenerek parametre uzayında D-kararlılığını sağlayan bölge tespit edilebilir.

#### 3.2.1. Oturma Süresi Sınır Çizgisi

İlk sınır çizgisi ( $\lambda_1$ ), oturma süresi sınır çizgisi olarak adlandırılır. Oturma zamanını büyük oranda baskın köklerin zaman cevabının sıfıra ulaşma süresinin belirlediği bilinmektedir. Sistemin baskın kökleri sanal eksene en yakın olan köklerdir. Bu köklerin sanal eksene olan uzaklıkları en düşük olacağı sınır belirlenerek sistemin  $\lambda_1$  tasarım kriteri sağlanmış olur. Bu sınır çizgisi parametre uzayında KKS ve GKS oluşumuna yol açmaktadır.  $\lambda_1$  sınırı üstten sınırlı olduğu için (frekans sonsuza gitmediği için) SKS oluşmamaktadır.



Şekil 5: Karmaşık düzlemde D - kararlılık alanı.

#### 3.2.2. Sönümleme Oranı Sınır Çizgisi

İkinci sınır çizgisi ( $\lambda_2$ ), sönümleme oranı sınır çizgisi olarak adlandırılır. Sistemin sönümleme oranı, sistemin kökünün gerçek eksen ile yaptığı açının kosinüsünü hesaplanarak bulunabilir. Bu şekilde sistemin tasarım parametrelerinden olan sönümleme oranı parametresi belirlenerek, bu sönümleme oranını sağlayacak açı değeri ile köklerin bulunacağı alanı sınırlanabilir. Bu yaklaşımda sıfır ve sonsuz frekans değerleri için sonuç olmadığı için yalnızca KKS kullanılmaktadır.

#### 3.2.3. Doğal Frekans Sınır Çizgisi

Üçüncü sınır çizgisi ( $\lambda_3$ ), sistemin doğal frekansını sınırlamak için kullanılan çizgidir. Sistemin doğal frekansı yaklaşık olarak sistemin bant genişliğini göstermektedir. Bu sayede sistem bant genişliği sınırı parametre uzayı hesaplarına katılabilir. Bu sınır çizgisi, KKS ve GKS olarak parametre uzayına aktarılır. Frekans değeri sınırlı olduğu için SKS bulunmamaktadır.

### 3.3. Frekans Tanım Bölgesi Gereksinimleri

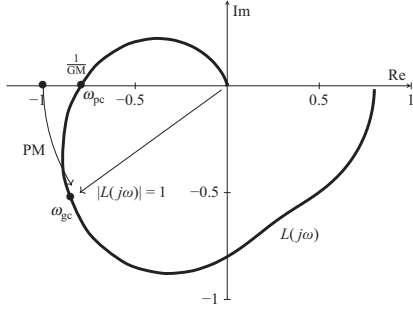
#### 3.3.1. Kazanç Payı Sınırı

Sistemin kazanç payı (GM) ve faz payı (PM) Şekil 6'deki örnek Nyquist diyagramında gösterildiği şekilde tanımlanabilir. Şekil 6'ye bakıldığında faz geçiş frekansı  $\omega_{pc}$ 'de açık çevrim transfer fonksiyonu  $L(j\omega)$ 'nin genlik değerinin  $\frac{1}{\text{Kazanç Payı}}$ , açı değerinin ise  $(-180)$  derece olduğu görülmektedir. Bu tanım kullanılarak iki adet parametre uzayı çözüm denklemi elde edilebilir. Böylece başlangıçta tasarım kriteri olarak kazanç payı belirlendiğinde, kontrol sisteminin bilinmeyen kazanç değerleri için, istenen kazanç payının sağlayan parametre uzayı çözüm alanı elde edilir.

#### 3.3.2. Faz Payı Sınırı

Kazanç payına benzer şekilde, faz payı için de kontrol sistemi kazanç değerlerinin parametre uzayı çözüm alanı elde edilebilir. Şekil 6'deki örnek Nyquist diyagramında görüldüğü üzere, kazanç geçiş frekansı  $\omega_{gc}$ 'de açık çevrim transfer fonksiyonu  $L(j\omega)$ 'nin genliğinin 1 ve açı değerinin  $(-180 + PM)$  olduğu görülmektedir. Bu tanım kullanılarak iki adet parametre uzayı çözüm denklemi elde edilebilir. Bu denklemler kullanılarak

kontrol sistemi kazanç değerleri için istenen faz payı sınırını sağlayan parametre uzayı çözüm alanı elde edilir.



Şekil 6: Nyquist diyagramında kazanç ve faz payı [6].

### 3.4. Parametre Uzayı Yönteminin Yatış İç Çevrim Kontrolüne Uygulanması

Dört rotorlu hava aracı sistemi denge noktasında doğrusallaştırılarak sistemin Şekil 3'deki doğrusal modeli ve (15) denklemi ile gösterilen transfer fonksiyonu elde edilmiştir.

Elde edilen transfer fonksiyonu, serbest bir integratör içerdiğinden PD kontrol yapısı seçimi yapılmıştır. PD kontrolcüde, türev bileşeni ani değişimlere karşı çok duyarlıdır. Hata hızlı değişim gösterdiğinde, kontrol sinyali yüksek değerlere ulaşarak istenmeyen hareketlere neden olabilir. Bu durumu önlemek için, belirlenen çalışma frekansının 5 - 10 katı aralığında kesme frekansına sahip alçak geçiren filtre, türev bileşenine eklenmiştir. PD kontrol yapısının oransal kazanç değeri  $K_p$  ve türev kazanç değeri  $K_d$  için parametre uzayı yöntemiyle D-kararlılık ve frekans tanım bölgesi gereksinimleri için çözüm yapılmıştır.

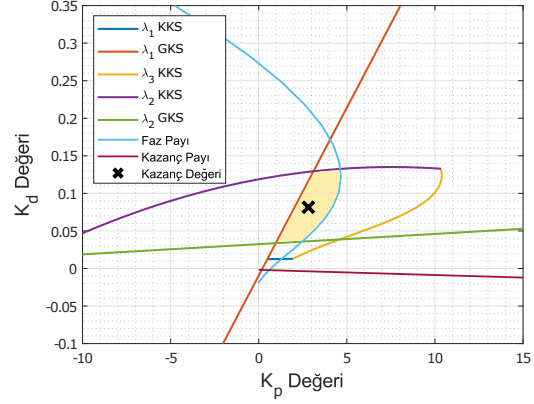
Şekil 7'de Tablo 1'de verilen D-kararlılık, kazanç payı ve faz payı tasarım gereksinimleri için parametre uzayında elde edilen çözüm görülmektedir. İstenen gereksinimlerinin karşılanıp karşılanmadığı parametre uzayı çözüm alanından seçilen  $K_p - K_d$  ikilileri için test edilmiştir. Renklendirilen alandan seçilen tüm değerler için tasarım gereksinimleri karşılanmaktadır. Buna göre  $K_p = 2.64$  ve  $K_d = 0.08$  değerleri için tüm istenilenler sağlanmaktadır. Benzetim çalışmasında bu değerler kullanılmıştır.

Tablo 1: Tasarım gereksinimleri

Tasarım Kriteri	Değer	Birim
Oturma Zamanı	0.2	saniye
Sönümlenme Oranı	0.5	-
Doğal Frekans Bant Genişliği	150	rad/s
Kazanç Payı	20	dB
Faz Payı	60	derece

## 4. Benzetim Çalışması

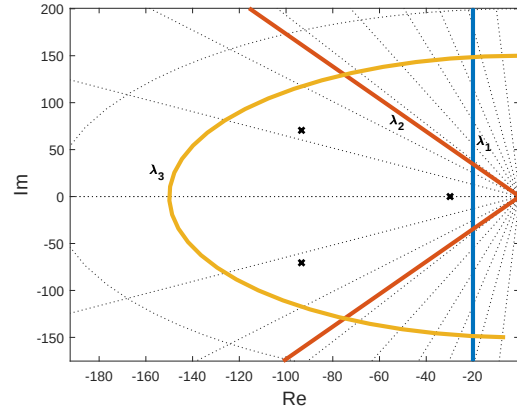
Benzetim çalışmasında önerilen iç çevrim açısız hız kontrolcüsünün, tasarım gereksinimlerini sağlayıp sağlamadığı ve istenen



Şekil 7: D-kararlılık, kazanç payı ve faz payı için parametre uzayı çözüm alanı.

açısız hızı değerini takip etme performansı incelenmiştir.

Şekil 8'de seçilen kontrolcü kazanç değerleri sonucunda oluşan kapalı çevrim sistem kutuplarının D-kararlılığı sağlayacak şekilde istenen bölgede kaldığı görülmektedir. Böylece oturma süresi, sönümlenme oranı ve bant genişliği gereksinimleri sağlanmış olmaktadır.



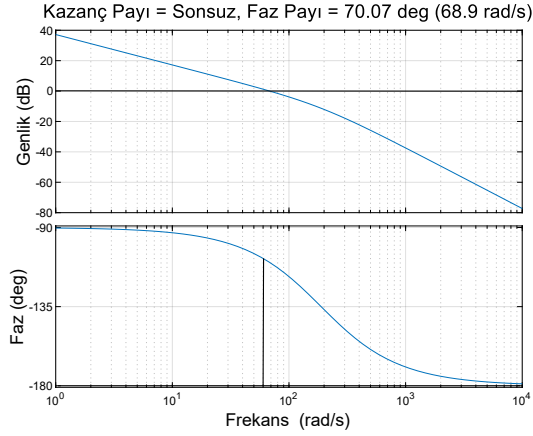
Şekil 8: D - kararlılık alanında kapalı çevrim sistem kutupları.

Frekans gereksinimleri açısından Şekil 9'daki Bode diyagramına bakıldığında hem kazanç payı, hem de faz payı istenilenin sağlandığı görülmektedir.

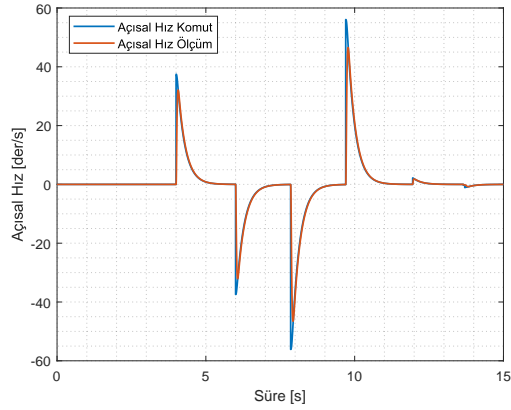
Önerilen PD kontrol sistemi açısız hız kontrolü için doğrusal olmayan modelde test edilerek sonuçlar incelenmiştir. Buna göre istenen açısız hız değeri (açısız hız komutu) ve elde edilen açısız hız değerleri Şekil 10'da verilmiştir. Sonuçlara bakıldığında açısız hız komutunun başarılı bir şekilde takip edildiği görülmektedir.

Belirlenmiş alan dışında seçilen kontrolcü kazanç değerleri için açısız hız hatasının RMS değerleri Tablo 2'de görülmektedir. Tablo 2'de görüldüğü üzere tasarım kriterlerini sağlayan kazanç değerleri ile komut takip hatasının RMS değerinin düşerek daha başarılı takip yapıldığı gözlenmektedir.





Şekil 9: Bode diyagramı kazanç ve faz payları.



Şekil 10: Açısal hız komut takibi.

Tablo 2: Açısal hız hatası RMS değeri

$K_p$	$K_d$	Aktif Sınır Çizgileri	RMS Değeri
2.64	0.08	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	3.14
13.76	0.02	$\lambda_1$	4.05
1.49	0.1	$\lambda_1, \lambda_3$	4.21
4.02	0.3	$\lambda_2$	4.58
0.68	0.15	-	6.17

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada dört rotorlu hava aracı için kuaterniyon tabanlı duruş kontrol sistemi tasarımı ve yatış hareketi açısal hız çevrimi için D-kararlılığı ve frekans tanım bölgesi gereksinimlerini sağlayan parametre uzayı yöntemi tabanlı PD kontrol sistemi tasarımı yapılmıştır. Belirlenmiş olan zaman ve frekans tanım bölgesi tasarım parametreleri için çok amaçlı parametre uzayı çözüm alanı elde edilmiş ve kontrol kazanç değerleri belirlenmiş alan içerisinde seçilmiştir. Doğrusal olmayan hava aracı modeli kullanılarak yapılan benzetim çalışması ve doğrusal analiz yöntemleriyle önerilen kontrol sisteminin etkililiği

gösterilmiştir. Bundan sonraki çalışmalarda hava aracı iç çevrim kontrolünde parametrik belirsizliklerin dikkate alınarak tasarım yapılması, bu belirsizliklerin etkilerinin incelenmesi ve farklı senaryolarla önerilen tasarımın test edilmesi planlanmaktadır.

## 6. Kaynakça

- [1] Nicholas Ferry, “Quadcopter plant model and control system development with matlab/simulink implementation,” *Kate Gleason College of Engineering Rochester Institute of Technology Rochester, New York*, 2017.
- [2] Pengcheng Wang, Zhihong Man, Zhenwei Cao, Jinchuan Zheng, and Yong Zhao, “Dynamics modelling and linear control of quadcopter,” in *2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMEchS)*. IEEE, 2016, pp. 498–503.
- [3] Brian L Stevens, Frank L Lewis, and Eric N Johnson, *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*, John Wiley & Sons, 2015.
- [4] Dario Brescianini, Markus Hehn, and Raffaello D’Andrea, “Nonlinear quadcopter attitude control: Technical report,” Tech. Rep., ETH Zurich, 2013.
- [5] Jürgen Ackermann, Paul Blue, Tilman Bünte, Levent Güvenç, Dieter Kaesbauer, Michael Kordt, Micheal Muhler, and Dirk Odenthal, *Robust Control: The Parameter Space Approach*, Springer Science & Business Media, 2002.
- [6] Levent Güvenç, Bilin Aksun Güvenç, Burak Demirel, and Mümin Tolga Emirler, “Control of mechatronic systems,” Tech. Rep., IET, 2017.
- [7] Andrew Kehlenbeck, *Quaternion-based control for aggressive trajectory tracking with a micro-quadrotor UAV*, Ph.D. thesis, University of Maryland, College Park, 2014.
- [8] Francesco Sabatino, “Quadrotor control: modeling, nonlinear control design, and simulation,” 2015.
- [9] Jossué Carino, Hernan Abaunza, and P Castillo, “Quadrotor quaternion control,” in *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, 2015, pp. 825–831.
- [10] Catherine Massé, Olivier Gougeon, Duc-Tien Nguyen, and David Saussié, “Modeling and control of a quadcopter flying in a wind field: A comparison between lqr and structured  $\mathcal{H}_\infty$  control techniques,” in *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, 2018, pp. 1408–1417.
- [11] Norman S Nise, *Control systems engineering*, John Wiley & Sons, 2020.
- [12] Samir Bouabdallah, “Design and control of quadrotors with application to autonomous flying,” Tech. Rep., Epfl, 2007.
- [13] Samer Abdelmoeti and Raffaella Carloni, “Robust control of uavs using the parameter space approach,” in *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2016, pp. 5632–5637.