

# Frekans ve Zaman Alanı Özelliklerini Sağlayan Optimal PI Parametrelerin Haritalanması Üzerine Bir Algoritma

## An Algorithm on Mapping Optimal PI Parameters Achieving Frequency and Time Domain Specifications

Ramazan Menak<sup>1</sup>, Nusret Tan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Siirt Üniversitesi, Siirt  
ramazanmenak@siirt.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İnönü Üniversitesi, Malatya  
nusret.tan@inonu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, önerilen basit bir algoritma ile istenen zaman ve frekans özelliklerini sağlayan PI parametreleri bölgesinin haritalanması sağlanmıştır. İlk önce kararlılık sınır eğrisi (KSE) yöntemi kullanılarak, tüm kararlı PI parametreleri bölgesi ile faz-kazanç payı özelliklerini sağlayan tüm kararlı PI parametreleri bölgeleri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen bu üç bölgenin kesişim alanını sınırlayan  $K_p$ - $K_i$  parametrelerinin minimum ve maksimum noktaları belirlenmiştir. Önerilen algoritma ile istenen zaman ve frekans alanı kıstasları algoritmaya girilerek belirli adım aralıklarında PI parametrelerin minimum ve maksimum noktaları üzerinde tarama yapılmıştır. Tarama sonucunda performans özelliklerini sağlayan  $K_p$ - $K_i$  çiftleri belirlenmiş ve KSE üzerinde haritalanmıştır. Önerilen yöntem literatürdeki diğer yöntemler ile karşılaştırılmış ve etkinliği incelenmiştir.

### Abstract

In this study, the mapping of the PI parameters region that satisfies the desired time and frequency specifications is achieved using a proposed simple algorithm. Firstly, employing the Stability Boundary Locus (SBL) method, all the stable PI parameters region and all the stable PI parameters regions that provide the phase-gain margin properties are obtained. Subsequently, the minimum and maximum points of the  $K_p$ - $K_i$  parameters that bound the intersection area of these three regions are determined. By using the proposed algorithm, the desired time and frequency domain specifications were entered into the algorithm, and sweeping was performed between the minimum and maximum points of the PI parameters at certain step size. As a result of the sweeping, the  $K_p$ - $K_i$  pairs that meet the performance specifications are selected and mapped on the SBL. The proposed method has been compared with other methods in the literature, and its effectiveness has been examined.

### 1. Giriş

PID (orantısal-integral-türev) denetleyiciler düşük dereceli, az maliyetli, basit yapıları ve kullanım kolaylığı gibi özelliklerinden dolayı günümüzde hala kullanılan yaygın bir denetleyici türüdür. Endüstri süreçlerinde yaklaşık olarak yüzde

%90-95 oranında PID denetleyicileri kullanılmaktadır [1]–[3]. PID kontrolör ayarlanabilir üç tane parametreden oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla orantısal, integral ve türevsel kazançlar olan  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleridir. Dolayısıyla, bu kazançlar kullanılarak PID' nin farklı kombinasyonları kullanılabilir. Bunlar sadece orantısal (P), orantısal ve integral (PI), orantısal türevsel (PD) ve hepsinin kullanıldığı yapı olarak PID şeklindedir. Endüstride kullanılan çoğu sistem belirli bir zaman gecikmesi içermektedir. Dolayısıyla zaman gecikmeli sistemlerin PID kontrolör ile denetlenmesi çalışmaları halen önemli bir konudur [1]. PID denetleyicinin türev kısmı (D) bir kestirim mekanizması olarak yorumlanmaktadır. Dolayısıyla, kontrol edilen sistemde zaman gecikmesi var ise, ölçüm sinyalinin türevlenmesi yoluyla yapılan kestirim doğru olmayacaktır ve sistemin performansını olumsuz yönde etkileyecektir [4]. Sonuç olarak, gerçek sistemlerde ölçüm gürültülerinden dolayı türevsel kısım kullanılması tercih edilmemektedir. Bu yüzden PID kontrollerin yerine genellikle PI kontrolör kullanılmaktadır [1].

PI/PID kontrollerin kazançlarını ayarlamak için literatürde kullanılan çokça yöntem vardır. Bunlar klasik analitik yöntemler, frekans cevabı yöntemleri, optimizasyon tabanlı yöntemler ve sezgisel tabanlı yöntemlerdir [2], [3]. Tüm bu yöntemlerin temel amacı kapalı çevrim transfer fonksiyonunu kararlı yapmaktır. Bundan dolayı, kapalı çevrim transfer fonksiyonunu kararlı yapan tüm kabul edilebilir PI/PID parametreleri bölgesinin bulunması çalışmaları yapılmıştır. Bunlar Hermite–Biehler teorime dayalı yöntemler [5], parametre uzayı yöntemi [6], Kronecker toplamı yöntemi [7] ve kararlılık sınır eğrisi (KSE) yöntemidir [8]. KSE yöntemi, kapalı çevrimli bir sistemi kararlı yapan tüm kabul edilebilir PI/PID parametrelerinin kararlı bölge ile kararsız bölge arasında sınırını çizen grafiksel bir yöntemdir. Ancak bu yöntemler sistemi sadece kararlı yapan parametre uzayının sınırlarını vermektedir. Bu parametre uzayında seçilebilecek sonsuz sayıda kontrolör parametresi bulunmaktadır. Dolayısıyla bu parametre uzayında hangi bölgelerin ya da noktaların sistemden istenen performans özelliklerini karşıladığı bulunması gerekmektedir. Bundan dolayı literatürde KSE kullanılarak, kararlılık bölgesini oluşturan kapalı eğrinin oluşturduğu noktaların ağırlık merkezini bulan ağırlıklı geometrik merkez yöntemi (AGM) [9], konveks kararlılık bölgesi ağırlık merkezi yöntemi (KKBAM) [10], kararlılık üçgeni yaklaşımı (KÜY) yöntemi [11] ve Üçgenler Ağında

Lineer Enterpolasyon Yöntemiyle [12] ile kontrolör tasarımları yapılmıştır. Ancak bu yöntemler kararlık sınır eğrisi içerisinde optimal zaman alanı özelliklerinin karşılandığı ifade edilen ve yalnızca tek bir optimal nokta değeri veren yöntemlerdir. KSE altındaki, zaman alanı özelliklerinin iyi olduğu optimal bölgenin bulunması amacıyla görüntü işleme tekniği kullanılarak bölge büyütmesi yöntemiyle yapılan bir çalışma da mevcuttur [13]. Bu yöntem yalnızca zaman alanı özelliklerinin göreceli olarak daha iyi olduğu bölgeyi tespit etmektedir. KSE altında istenen zaman alanı ve frekans alanı özelliklerini sağlayan bir yöntem [14]'te sunulmuştur. Literatürde var olan yöntemler, KSE altında zaman alanı özelliğinin iyi olduğu vurgulanan tek bir nokta olarak seçilen kontrolör parametresini bulmaya yöneliktir. Ancak KSE içinde sonsuz sayıda kontrolör parametresi seçilebilir. Dolayısıyla sadece bir nokta yerine, tüm zaman alanı (yüzde aşım, yerleşme süresi) ve frekans alanı özelliklerini (kazanç-faz payı, hassasiyet ve tamamlayıcı hassasiyet transfer fonksiyonlarının maksimum tepe noktaları) sağlayan bir noktalar bölgesi bulunmalıdır.

Bu çalışmada, KSE altında zaman ve frekans alanı özelliklerini sağlayan tüm PI parametrelerinin bölgesinin haritalanması yöntemi basit bir algoritma sunularak yapılmıştır. Önerilen yöntemde karmaşık matematiksel ifadeler kullanılmamaktadır. Yöntem istenen performans özelliklerini bir sınırlayıcı olarak algoritmaya tanıtarak, özelliklerin sağlandığı bölgeyi haritalandıran bir alanı KSE eğrisinin üzerine çizmektedir.

## 2. Kararlılık Sınır Eğrisinin Elde Edilmesi

Şekil 1' de zaman gecikmesi içeren standart geri beslemeli bir kontrol sistemi verilmiştir. Burada  $G(s)e^{-s\tau}$  kontrol edinen sistemi,  $K(s)$  ise kontrolörü temsil etmektedir. Ayrıca  $\rho e^{j\theta}$  yapısı kazanç-faz payı testi edicisi olarak kullanılmıştır.  $\rho$  kazanç payını  $\theta$  ise faz payını temsil etmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus test edici yapının kontrol döngüsünün bir elemanı olmadığıdır. Yalnızca istenilen faz-kazanç payının ayarlanması için kullanılan bir yardımcı elemandır. Şekil 1' deki kapalı çevrim transfer fonksiyonunun karakteristik denklemi Denklem (1)' de verilmiştir.

$$\Delta(s) = 1 + K(s)\rho e^{-j\theta}G(s)e^{-s\tau} \quad (1)$$

$$= 1 + K(s)G(s)\rho e^{-j\theta}e^{-s\tau}$$

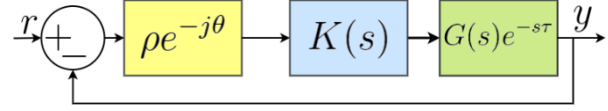
$s=j\omega$  dönüşümü yapılarak,  $K(s)$  kontrolörün bir PI yapısında olduğu düşünülürse ve kontrol edinen sistem pay ve payda polinomlarına ayrılırsa Denklem (1) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\Delta(j\omega) = 1 + \frac{K_p j\omega + K_i}{j\omega} G(j\omega)\rho e^{-j(\theta+\omega\tau)} \quad (2)$$

$$= 1 + \frac{K_p j\omega + K_i}{j\omega} \cdot \frac{G_n(j\omega)}{G_d(j\omega)} \cdot \rho e^{-j\theta}$$

Denklem (2)' deki üstel ifade  $e^{-j\phi} = \cos(\phi) - j\sin(\phi)$  olarak yazılabilir. Sonuç olarak sistemin pay ve payda polinomundan oluşan yapı ile  $\rho e^{-j\theta}$  yapısı birleştiğinde karşımıza  $A+jB$  gibi kompleks bir yapı ortaya çıkmaktadır. Bu durumda Denklem (2) basitleştirilerek Denklem (3)' teki gibi yazılabilir.

$$\Delta(j\omega) = 1 + \frac{K_p j\omega + K_i}{j\omega} (A + jB) \quad (3)$$



Şekil 1: Standart geri beslemeli kontrol yapısı

Denklem (5)' te görüldüğü  $K_p$  ve  $K_i$  denklemleri elde edilmiştir. Denklem (5)' te dikkat edilirse  $\omega=0$  değerinde çözümün olabilmesi için  $K_p$  herhangi bir değerde ve  $K_i=0$  olmalıdır.  $\omega>0$  için  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri Denklem (5)' teki işlem sonucu ile elde edilebilir. Dolayısıyla her bir  $\omega$  değerine karşılık gelen bir  $K_p$  ve  $K_i$  değeri elde edilir ve 2 boyutlu bir grafikte çizim yapılırsa KSE elde edilmiş olur.

$$\Delta(j\omega) = 1 + \frac{K_p j\omega + K_i}{j\omega} (A + jB) = 0$$

$$= j\omega + (K_p j\omega + K_i)(A + jB) = 0 \quad (4)$$

$$= j\omega + AK_p j\omega + AK_i + jBK_p j\omega + jBK_i = 0$$

$$= j\omega + AK_p j\omega + AK_i - BK_p \omega + jBK_i = 0$$

$$\Re(\Delta(j\omega)) = -BK_p \omega + AK_i = 0$$

$$\Im(\Delta(j\omega)) = AK_p \omega + BK_i = -\omega$$

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{|l} -B\omega \quad A \left| \begin{array}{l} K_p \\ K_i \end{array} \right| = \begin{array}{l} 0 \\ -\omega \end{array} \end{array} \\ Q = -B\omega \\ R = A \\ S = A\omega \\ U = B \\ X = 0 \\ Y = -\omega \end{array} \right\} \begin{array}{l} K_p(\omega, \theta, \tau, \rho) = \frac{XU - YR}{QU - RS} \\ K_i(\omega, \theta, \tau, \rho) = \frac{YQ - XS}{QU - RS} \end{array} \quad (5)$$

## 3. Performans Özelliklerini Karşılama İçin Önerilen Algoritma Yapısı

KSE ile sistemi kararlı yapan kabul edilebilir tüm PI parametreleri Denklem (1)' de  $\rho=1$ ,  $\theta=0$  yazıldıktan sonra Denklem (5) ile bulunmaktadır. Böylelikle  $G(s)e^{-s\tau}$  sistemini kararlı yapan PI parametrelerinin sınır eğrisi elde edilmiş olur. Eğer KSE belirli bir kazanç payı (GM) ile elde edilmek isteniyorsa o zaman  $\rho = \text{istenen kazanç payı}$ ,  $\theta=0$  yazılıp sınır eğrisi çizdirilebilir. Eğer KSE belirli bir faz payı (PM) ile elde edilmek isteniyorsa o zaman da  $\rho=1$ ,  $\theta = \text{istenen faz payı}$  yazılarak sınır eğrisi çizdirilebilir. Sonuç olarak istenen bu özelliklere ait KSE' ler aynı grafik üzerinde oluşturulursa, grafiklerin ortak kesişim bölgesi içerisinde kalan alan, burada verilen tüm özellikleri sağlamış olur. Faz ve kazanç payı frekans alanında sistem performansı açısından önemli iki göstergedir. Ancak frekans alanında performans özelliğini yansıtan iki diğer gösterge daha vardır. Bunlar  $S(s)$  duyarlılık fonksiyonunun maksimum tepe genliği olan  $M_s$  ile tamamlayıcı duyarlılık fonksiyonu  $T(s)$ ' nin maksimum tepe değeri olan  $M_T$  değerleridir.  $M_s$  ve  $M_T$ ' nin matematiksel ifadesi sırasıyla Denklem (6) ile Denklem (7)' de verilmiştir.

$$M_s = \max_{\omega \in (0, \infty)} |S(j\omega)| = \max_{\omega \in (0, \infty)} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| = \|S(s)\|_{\infty} \quad (6)$$

$$M_t = \max_{\omega \in (0, \infty)} |T(j\omega)| = \max_{\omega \in (0, \infty)} \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| = \|T(s)\|_{\infty} \quad (7)$$

$S(s)$  hassasiyet fonksiyonu, sistemin çıkışındaki bozulmaların kapalı çevrim sistem tarafından ne oranda artırdığını ifade eder.  $S(s)$ ' in maksimum değeri olan  $M_s$ ' in tersi Nyquist eğrisinin kiritik nokta olan  $(-1, j0)$  noktasına olan uzaklığını ifade etmektedir. Dolayısıyla yüksek  $M_s$  değerleri Nyquist eğrisinin kararsızlık noktasına yaklaşmasına ve kararlılığın azalmasına sebep vermektedir. Ayrıca  $M_s$  değeri sisteme giren gürültünün ne oranda bozulmaya sebebiyet vereceği bilgisini verdiği için önemli bir performans göstergesi olarak kullanılabilir.  $T(s)$  tamamlayıcı duyarlılık fonksiyonu aynı zamanda kapalı çevrim transfer fonksiyonudur.  $T(s)$ ' in maksimum değeri olan  $M_t$ ' nin tersi referans girişten sistem çıkışına olan rezonans tepe değerini ifade etmektedir. Böylelikle referans değer değişimlerine karşı oluşan tepkinin ne ölçüde değiştiğini ifade eden bir performans göstergesi olarak kullanılabilir. İyi bir performansın elde edilmesi için  $M_s \leq 2$  ve  $M_t \leq 1.25$  olması önerilmektedir [15]. Denklem (6) ve (7)' ye bakıldığında maksimum tepe değerleri sistemlerin H- $\infty$  normuna eşittir. Dolayısıyla  $M_s$  ve  $M_t$  değerleri frekans alanında ölçüt olarak ele alınacak performans göstergeleri olarak kullanılmaktadır.

Şu ana kadar frekans alanında performans göstergeleri inceledik. Ancak zaman alanında da önemli performans göstergeleri vardır. Bunlar geçici ve sürekli yanıt cevabından izlenilen yerleşme süresi ( $t_s$ ), yüzde aşım (%OS), kararlı hal hatası ( $ess$ ) vb. performans ölçütleridir. Bunların matematiksel formülleri [16] kaynağında bulunabilir. Ancak bunların elde edilmesi algoritmada sunulan yöntemde *Matlab/stepinfo()* komutu ile yapılmıştır. Sonuç olarak bütün bu KSE' ler ve aşağıda oluşturulan algoritma ile performans göstergeleri bir sınırlayıcı olarak kullanılarak optimal  $K_p$ - $K_i$  parametreleri haritası elde edilmiştir. Öncelikle KSE' lerin oluşturulması için aşağıdaki adımlar izlemiştir.

1. **Adım:**  $G(s)e^{-sr}$  sistem yapısı tanımlanır. Eğer sistemde zaman gecikmesi yok ise  $\tau=0$  değeri girilir, zaman gecikmesi var ise  $\tau$ =zaman gecikmesi değeri girilir.
2. **Adım:** Sistemin KSE' sinin çizdirilmesi için  $\rho = 1$ ,  $\theta = 0$  değerleri girilir.
3. **Adım:**  $\phi = \theta + \omega\tau$  dönüşümü yapılır.
4. **Adım:**  $A = \Re(G(j\omega) \cdot \rho e^{-j\phi})$ ,  $B = \Im(G(j\omega) \cdot \rho e^{-j\phi})$  reel ve sanal kısımları alınarak  $A$  ve  $B$  ifadeleri elde edilir.
5. **Adım:** Denklem (5)' teki  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri  $\omega_{min}$ : $\omega_{adim\_araligi}$ : $\omega_{max}$  değerlerine göre çizilir.
6. **Adım:** Belirli bir kazanç payı içeren KSE' nin çizdirilmesi için  $\rho = istenen\ kazanç\ payı$ ,  $\theta = 0$  değerleri girilir. Daha sonra 3., 4. ve 5. Adımlar tekrarlanır.
7. **Adım:** Belirli bir faz payı içeren KSE çizdirilmesi için  $\rho = 1$ ,  $\theta = istenen\ kazanç\ payı$  değerleri girilir. Daha sonra 3., 4. ve 5. Adımlar tekrarlanır.
8. **Adım:** Elde edilen 3 tane KSE tek bir grafikte gösterilir.

Böylelikle KSE ile sistemi kararlı yapan tüm  $K_p$ -  $K_i$  değerleri sınırları ile frekans alanı performans göstergeleri olan kazanç ve faz payı sınırları elde edilmiş olur. Bu aşamalardan sonra içerisinde 3 tane KSE bulunan grafikte, eğrilerin ortak

kesişim alanı belirlenir. Bu alanda  $K_p$  ile  $K_i$ ' nin minimum ve maksimum sınır değerleri belirlenir. Geriye kalan diğer iki frekans alanı özelliği olan  $M_s$  ile  $M_t$  ve zaman alanı performans göstergeleri olan yerleşme süresi, yüzde aşım ve kararlı hal hatası sınırlayıcılarının bulunması işlemi aşağıdaki algoritma ile yapılmıştır.

Tablo 1: Önerilen Algoritmali Yöntemin Kodu

#### ÖNERİLEN ALGORİTMALİ YÖNTEMİN KODU

1.  $G=G(s)e^{-sr}$  ile kontrol edilen sistem değerleri girilir.
2.  $K_p$  ve  $K_i$  için maksimum ve minimum değerler girilir.  $K\_adim$  adında adım aralığı tanımlanır.
3.  $dt = 0.01$  ile zaman adımı belirlenir.  $t = 0:dt:20$  ile zaman vektörü oluşturulur.
4. **for**  $K_p=K_p\_minimum:K\_adim:K_p\_maksimum$
5.     **for**  $K_i=K_i\_minimum:K\_adim:K_i\_maksimum$
6.          $K=pid(K_p,K_i)$  ile PI kontrolör oluşturulur.
7.          $L=G*K$ , açık çevrim transfer fonksiyonu oluşturulur.
8.          $ss=almargin(L)$ ,  $ss.Stable$  ile sistem kararlılık durumu kontrol edilir.
9.         **If**  $ss.Stable=1$  ise **Then**
10.              $T= L / (1 + L)$  ile Kapalı çevrim transfer fonksiyonu oluşturulur.
11.              $si = stepinfo(T)$  ile Birim basamak cevabı bilgileri alınır.
12.              $st = si.SettlingTime$  ile Yerleşme süresi değeri elde edilir.
13.             **If**  $st \leq istenen\ maksimum\ yerleşme\ süresi$  ise **Then**
14.                  $os = si.Overshoot$  ile Yüzde aşım değeri alınır.
15.                 **If**  $os \leq istenen\ maksimum\ yüzde\ aşım\ değeri$  ise **Then**
16.                      $[y, t] = step(T, t)$  ile kapalı döngü için birim basamak cevabını hesaplar.
17.                      $ess = 1 - y(end)$  ile kararlı hal hatasını hesaplar.
18.                     **If**  $abs(ess) \leq istenen\ maksimum\ kararlı\ hal\ hatası\ değeri$  ise **Then**
19.                          $S = 1 / (1 + L)$  ile hassasiyet transfer fonksiyonu oluşturulur.
20.                          $M_s = S$ ' nin maksimum tepe değeri hesaplanır.
21.                         **If**  $M_s \leq istenen\ maksimum\ değer$  ise **Then**
22.                              $M_t = T$ ' nin maksimum tepe değeri hesaplanır.
23.                             **If**  $M_t \leq istenen\ maksimum\ değer$  ise **Then**
24.                                  $K_p$  ve  $K_i$  değerini kaydet
25.                                 **end if**
26.                                 **end if**
27.                                 **end if**
28.                                 **end if**
29.                                 **end if**
30.                                 **end for**
31.                                 **end for**
32. Kaydedilen  $K_p$  ve  $K_i$  değerlerini bir grafikte noktasal olarak göster
33. *Boundary()* komutu ile noktasal alandan oluşan  $K_p$  ve  $K_i$  değerlerinin etrafını sınırlayan bir sınır çiz

#### 4. Önerilen Yöntemin İncelenmesi ve Karşılaştırılması

Bu bölümde, 2. ve 3. bölümlerde bahsedilen yöntemin incelenmesi adına Denklem (8)' de birinci dereceden zaman gecikmeli standart bir transfer fonksiyonu örnek olarak alınmıştır.

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s} \quad (8)$$

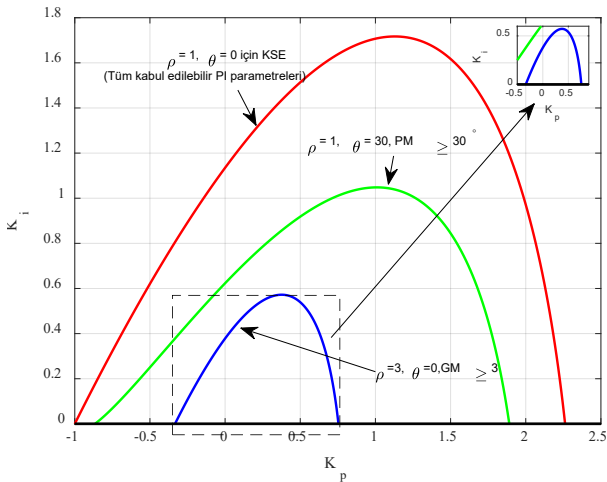
Bu transfer fonksiyonundaki zaman sabiti  $T=1$ , kazanç  $K=1$  ve zaman gecikmesi  $\tau = 1$  olarak verilmiştir. Buradaki amaç Tablo 2' de verilen performans özelliklerini karşılayan bir PI kontrolör tasarımı yapmaktır.

Tablo 2: İstenen performans özelliği için gerekli olan zaman alanı ve frekans alanı istekleri

Zaman alanı istekleri			Frekans alanı istekleri			
$ts$	%OS	ess	GM	PM	$M_s$	$M_t$
$\leq 4$	$\leq 1$	$\leq 0.001$	$\geq 3$	$\geq 30^\circ$	$\leq 2$	$\leq 1.25$

2. Bölümde formülleri verilen ve 3. Bölümde verilen adımlar takip edildiğinde elde edilen tüm kararlı PI parametrelerine sahip KSE, faz payı tabanlı KSE ve kazanç tabanlı KSE grafikleri Şekil 2' de aynı grafik üzerinde çizdirilmiştir. Şekil 2' de  $\rho = 1, \theta = 0^\circ$  ile genel KSE,  $\rho = 1, \theta = 30^\circ$  ile faz payı tabanlı lokal KSE ve  $\rho = 3, \theta = 0^\circ$  ile kazanç payı tabanlı lokal KSE tek bir grafikte 2 boyutlu olarak çizilmiştir. Grafikten görüldüğü üzere üç eğrinin de ortak kesişim noktası mavi renk ile çizdirilen ve  $\rho = 3, \theta = 0^\circ$  ile kazanç payı tabanlı KSE' dir. Bu eğri altında seçilen herhangi bir  $K_p$ - $K_i$  çiftinin sistemi kararlı yapacağı, aynı zamanda sistemin faz payının  $30^\circ$  den ve kazanç payının da  $3'$  ten büyük olacağı garanti altına alınmış olur. Tablo 2' de verilen diğer isteklerin karşılanması için

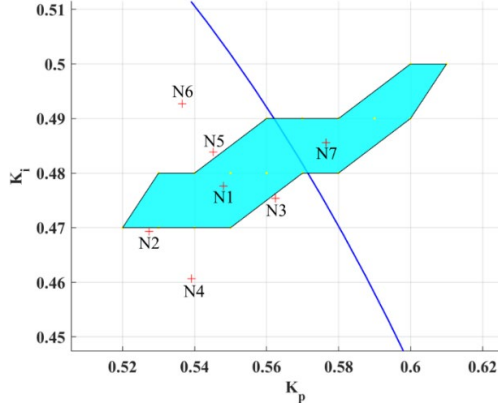
Tablo 1' de verilen algoritma Matlab kodu ile yazılmıştır. Bunun için öncelikle ortak kesişim alanını sınırlayan  $K_p$  ve  $K_i$  parametrelerinin minimum ve maksimum değerleri seçilmiştir. Şekil 2' den ortak kesişim alanını çevreleyen  $K_{p\_min}=-0.4, K_{p\_max}=0.8, K_{i\_min}=0, K_{i\_max}=0.6$  değerleri yaklaşık olarak seçilmiştir. Seçilen bu değerler üzerinden tarama yapılarak istekleri karşılayan  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri Tablo 2' de verilen algoritma ile kaydedilecektir.



Şekil 2: KSE' lerin tek bir grafikte gösterilmesi ve ortak kesişim alanının belirlenmesi

Parametrelerin minimum değerlerinden maksimum değerlerine hangi adım aralığından tarama yapılacağı önemli bir konudur. Adım aralığı ne kadar az ise elde edilen sonuçların doğruluğu o derecede artmaktadır. Ancak adım aralığının az seçilmesi hesaplama süresini oldukça artırmaktadır. Bu durum işlem yükünü artırmakta ve sonuçların elde edilmesini zorlaştırmaktadır. Bu çalışmada adım aralığı ( $K\_adim$ ) ilk önce 0.001 olarak alınmıştır. Ancak algoritmanın sonuç verme süresi 5-7 saat aralığından değişmiştir. Bunun için  $K\_adim=0.01$  seçilmiş ve algoritma yeniden çalıştırılmıştır. Bu durumda algoritmanın sonucu verme süresi 197.639 saniye olduğu görülmüştür. Tüm işlemler standart kişisel bir bilgisayarda (PC I7-5500U CPU, 2.406 GHz, 6GB RAM, 2394 MHz, 2 Çekirdekli, 4 Mantıksal İşlemci) yapılmıştır. Bunun sonucunda elde edilen haritalanma Şekil 3' te verilmiştir. Şekildeki sarı noktalar önerilen algoritma ile koşulları sağlayan ve seçilen  $K_p$  -  $K_i$  çiftleridir.  $K\_adim=0.01$  iken  $K_p$  (-0.4:0.01:0.8) \*  $K_i$  (0:0.01:0.6) = 7381 değerden 17 tanesi bu koşulları sağlamıştır. Kırmızı (+) işaretleyicisi ile seçilen test noktalarının koşulları sağlayıp sağlamadığı incelenmiş ve Tablo 3' te sonuçları sunulmuştur.

Şekil 3 incelendiğinde seçilen test noktalarından N1 ve N7 haritalanmış alanın içerisinde, N2-N6 noktaları ise haritalanmış alanın dışından seçilmiştir. Burada dikkat edilirse N1 haritanın içerisinde ve ortak kesişim bölgesinin içerisinde ancak N7 haritanın içerisinde olmasına rağmen ortak kesişim bölgesinde olmayan test noktasıdır. Tablo 3' e bakıldığında N1 haritanın içerisinde ve ortak kesişim bölgesinde olduğu için istenilen tüm performans özelliklerini sağlamaktadır. Ancak N7 haritanın içerisinde olmasına rağmen ortak kesişim bölgesinden olmadığı için  $GM \geq 3$  şartını sağlamamaktadır. Bu durum  $K_p$  ve  $K_i$  parametrelerinin sınırlarını belirlerken neden ortak kesişim bölgesinde seçmemiz gerektiğini açıklamaktadır. Diğer test noktaları olan N2-N6 ortak kesişim bölgesinin içerisinde ancak haritalanmış alanın dışında olan noktalarlardır. Burada dikkat edilirse N2, N3, N5 haritalanmış alanın sınır bölgesinin yakınındaki test noktaları, N4 ile N6 göreceli olarak daha uzaktaki test noktalarıdır. N2-N6 haritalanmış alanın dışında oldukları için tüm performans özelliklerinin karşılamaması beklenmektedir. Ancak Tablo 3' te gözüktüğü gibi N2, N3, N5 noktaları tüm performans özelliklerini sağlamaktadır. Bu durum algoritmaya verilen  $K_p$  ve  $K_i$  aralıklarından bazı  $K_p$  ve  $K_i$  değerlerinin  $K\_adim=0.01$  olmasından dolayı seçilemediğinden kaynaklanmaktadır. Öte yandan haritalanmış alanın biraz daha uzağında olan N4 ve N6 noktalarının istenilen tüm performans özelliklerini karşılamaması beklentisi N4' ün  $t_s \geq 4, N6'$  nin ise  $\%OS \geq 1$  olması ise tatmin edici olduğu görülmüştür. Dolayısıyla buradaki sonuca bakılarak haritanın içerisinde ve ortak kesişim bölgesinden seçilen herhangi bir noktanın istenilen performans özelliklerini karşılayabileceği tespit edilmiştir. Ancak ortak kesişim bölgesinin içerisinde ve haritanın dışındaki yakın noktalarından bazılarının da bu koşulları sağlayabileceği ihtimali üzere haritalanma yapılırken  $K\_adim$  değerinin 0.01' den daha düşük seçilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Daha önceden bahsedildiği gibi adım sayısının küçük olması hesaplama süresini uzattığı belirtilmiştir. Bundan dolayı  $K\_adim=0.01$  iken yapılan tarama ile haritalanacak bölgenin yakınsadığı bölge tespit edilmiş ve Şekil 3' te verilmiştir. Daha sonra bu yakınsanan alanın çevresinden yine  $K_p$  ve  $K_i$ ' nin maksimum ve minimum değer aralığı seçilip  $K\_adim=0.001$  iken önerilen algoritma çalıştırılmıştır.



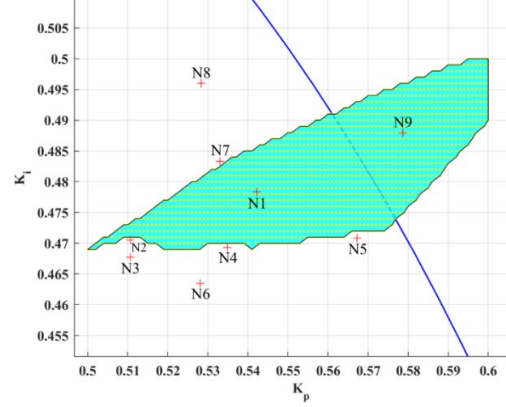
Şekil 3:  $K_{adim}=0.01$  iken elde edilen haritalanma (sarı noktalar koşulları sağlayan  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri, açık mavi renk bu noktaların sınırlandığı alan) ve seçilen test noktaları (kırmızı artı)

Şekil 3' e bakıldığından  $K_{adim}=0.01$  iken haritadan yakınsadığı bölge gözükmemektedir. Bu bölgeden  $K_{p\_min}=0.5$ ,  $K_{p\_max}=0.6$ ,  $K_{i\_min}=0.45$ ,  $K_{i\_max}=0.5$  olarak seçilmiştir. Seçilen bu değerler üzerinden  $K_{adim}=0.001$  iken tarama yapılarak istenilen koşulları sağlayan  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri Tablo 2' de verilen algoritma ile elde edilmiştir. Oluşan haritalanmış alan Şekil 4' te verilmiştir. Şekildeki sarı noktalar önerilen algoritma ile koşulları sağlayan ve seçilen  $K_p$  -  $K_i$  çiftleridir.  $K_{adim}=0.001$  iken  $K_p$  (0.5:0.001:0.6) \*  $K_i$  (0.45:0.001:0.5) = 5151 değerden 1474 tanesi bu koşulları sağlamıştır. Bu durumda algoritmanın sonuç verme süresi 179,112 saniye olmuştur. Kırmızı (+) işaretleyicisi seçilen test noktaları ile koşulların sağlanıp sağlanmadığı incelenmiş ve Tablo 4' te sonuçları sunulmuştur.

Test noktalarına bakıldığında N1 hem haritalanmış alanın içerisinde hem de ortak kesişim bölgesindedir. N9 ise haritalanmış alanın içerisinde ancak ortak kesişim bölgesinin dışındadır. Tablo 4' de bakıldığında, beklenildiği gibi N1 bütün performans isteklerini karşıladığı ancak N9' un  $GM \geq 3$  şartını sağlamadığı görülmektedir. Ortak kesişim bölgesinde olup ancak haritalanmış alanın dışında olan N2-N8 noktalarının da beklenildiği gibi haritalanmış alanın dışı yakın çevresinde ya da uzağında olması fark etmeksizin istenen bütün performans isteklerinin hepsini birden N2-N6' nın  $t_s \geq 4$  ile, N7' nin  $\%OS \geq 1$  ile ve N8' in  $t_s \geq 4$ ,  $\%OS \geq 1$  ile sağlamadığı görülmektedir. Dolayısıyla  $K_{adim}=0.001$  olmasının daha uygun olduğu sonucu doğrulanmıştır. Bu iki adımlı işlemle, algoritma ilk çalıştırıldığında verilen  $K_p$  adım=0.001 olması durumunda  $K_p$  (-0.4:0.001:0.8) \*  $K_i$  (0:0.001:0.6) = 721801 tane iterasyonlu ve uzun hesaplama süresi meydana getiren durum yerine, iki adımlı  $K_p$  (-0.4:0.01:0.8) \*  $K_i$  (0:0.01:0.6) = 7381 ile  $K_p$  (0.5:0.001:0.6) \*  $K_i$  (0.45:0.001:0.5) = 5151 iterasyonlu toplam hesaplama süresi 376.6390 saniye ile istenen hedeflere ulaşan bir yapı oluşturulmuştur.

Tablo 3:  $K_{adim}=0.01$  iken seçilen test noktalarındaki  $K_p$ - $K_i$  parametrelerine göre elde edilen frekans ve zaman alanı özellikleri

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7
<b>K<sub>p</sub></b>	0.548	0.527	0.562	0.539	0.545	0.536	0.576
<b>K<sub>i</sub></b>	0.477	0.469	0.475	0.460	0.483	0.492	0.485
<b>ts</b>	3.807	3.974	3.863	4.287	3.82	3.592	3.648
<b>%OS</b>	8.6e-4	0	6.6e-14	4.4e-14	0.58	1.95	2.2e-14
<b>ess</b>	1.2e-6	8e-7	2.8e-6	3e-6	6e-7	9e-8	2.4e-6
<b>Ms</b>	1.579	1.559	1.583	1.554	1.585	1.592	1.603
<b>Mt</b>	1	1	1	0.999	1	1	1
<b>GM</b>	3.076	3.166	3.039	3.155	3.066	3.0648	2.97
<b>PM</b>	65.052	65.157	65.73	66.386	64.368	63.256	65.198

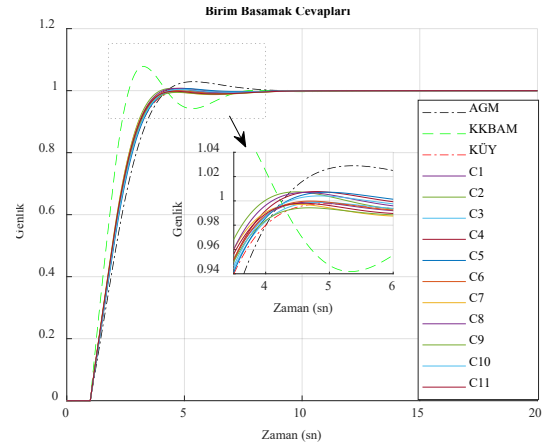


Şekil 4:  $K_{adim}=0.001$  iken elde edilen haritalanma (sarı noktalar koşulları sağlayan  $K_p$  ve  $K_i$  değerleri, açık mavi renk bu noktaların sınırlandığı alan) ve seçilen test noktaları (kırmızı artı)

Tablo 4:  $K_{adim}=0.001$  iken seçilen test noktalarındaki  $K_p$ - $K_i$  parametrelerine göre elde edilen frekans ve zaman alanı özellikleri

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9
<b>K<sub>p</sub></b>	0.542	0.51	0.51	0.534	0.567	0.528	0.533	0.528	0.578
<b>K<sub>i</sub></b>	0.478	0.47	0.467	0.469	0.47	0.463	0.483	0.496	0.487
<b>ts</b>	3.8	4.023	4.108	4.025	4.05	4.135	3.835	5.231	3.622
<b>%OS</b>	0.255	0.576	0.332	4e-14	0	0	1.011	2.6	0.025
<b>ess</b>	8.7e-7	1.8e-7	2.8e7	1.2e-6	4.7e-6	1.4e-6	2.7e-7	-6e-8	2.3e-6
<b>Ms</b>	1.576	1.553	1.549	1.562	1.58	1.552	1.578	1.593	1.606
<b>Mt</b>	1	1	1	1	0.999	1	1	1	1
<b>GM</b>	3.094	3.218	3.229	3.146	3.04	3.184	3.105	3.078	2.961
<b>PM</b>	64.817	64.496	64.782	65.41	66.391	65.784	64.047	62.665	65.105

Önerilen yöntem literatürde var olan diğer yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Haritalanmış bölgeden alınmış olan rastgele  $K_p$ - $K_i$  çiftleri kullanılarak sistemlerin birim basamak tepkileri elde edilmiş ve Şekil 5' te verilmiştir. Ayrıca sistemlerin tüm performans özellikleri Tablo 5' te verilmiştir. Görüldüğü gibi önerilen yöntemden oluşan haritadan seçilen rastgele  $K_p$ - $K_i$  çiftleri ile tüm performans özelliklerini aynı anda sağlanmaktadır. Ayrıca diğer yöntemlere göre oldukça iyi bir zaman cevabı elde edilmiştir.



Şekil 5: Haritalanmış bölgeden rastgele seçilmiş noktalar ile literatürdeki diğer yöntemlerden elde edilen noktalardan oluşan PI kontrollerin sisteme eklenmesiyle oluşan birim basamak cevapları



Tablo 5: Haritalanmış bölgeden rastgele seçilmiş noktalar ile literatürdeki diğer yöntemlerden elde edilen noktalardan oluşan PI kontrollerin sisteme eklenmesiyle oluşan zaman ve frekans alanı özellikleri

	K <sub>p</sub>	K <sub>i</sub>	t <sub>s</sub>	%OS	ess	M <sub>s</sub>	M <sub>t</sub>	GM	PM
AGM	0.445	0.465	6.433	2.892	1.4e-07	1.531	1	3.438	62.610
KKBAM	0.794	0.572	6.692	7.786	1.2e-05	1.886	1.044	2.287	62.027
KÜY	0.528	0.468	4.047	6.6e-14	9.8e-07	1.558	1	3.166	65.326
C1	0.544	0.475	3.851	0	1.2e-06	1.574	1	3.093	65.153
C2	0.558	0.488	3.741	0.612	9.1e-07	1.596	1	3.017	64.386
C3	0.533	0.471	3.938	2.2e-14	9.6e-07	1.563	1	3.143	65.185
C4	0.528	0.478	3.803	0.752	3.3e-07	1.570	1	3.136	64.352
C5	0.514	0.472	3.937	0.553	2 e-07	1.557	1	3.199	64.444
C6	0.544	0.476	3.839	4.4e-14	1.1e-06	1.575	1	3.094	65.073
C7	0.564	0.48	3.759	0	2.1e-06	1.590	1	3.022	65.336
C8	0.544	0.483	3.837	0.549	6.2e-07	1.583	1	3.072	64.408
C9	0.551	0.473	3.911	0	2 e-06	1.575	1	3.081	65.589
C10	0.527	0.474	3.873	0.31	4.8e-07	1.564	1	3.152	64.698
C11	0.555	0.478	3.800	2.2e-14	1.6e-06	1.582	1	3.054	65.240

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, önerilen basit bir algoritma ile arzu edilen frekans ve zaman alanı özelliklerini aynı anda sağlayabilen optimal PI parametrelerinin bölgesinin haritalanması yapılmıştır. Önce KSE kullanılarak tüm kararlı PI parametreleri bölgesi elde edilmiştir. Daha sonra istenen faz payı ile kazanç payı KSE bölgeleri bulunmuştur. Bu üç bölgenin kesişim alanında bulunan K<sub>p</sub> ve K<sub>i</sub> değerlerinin minimum ve maksimum noktaları belirlenmiştir. Belirli bir adım aralığında bu değerler üzerinde tarama yapılarak, algoritmaya kıstas olarak girilen diğer frekans alanı (M<sub>s</sub>, M<sub>t</sub>) ve zaman alanı özelliklerini karşılayan K<sub>p</sub> ve K<sub>i</sub> değerlerinin seçilmesi amacıyla algoritma çalışmaktadır. Adım sayısının çok az olması algoritmanın sonuç verme süresini uzatmaktadır. Bundan dolayı, adım sayısı ilk önce 0.01 gibi bir değer olarak seçilmiştir. Bunun sonucunda algoritma çok kısa bir sürede sonuç vermiştir. Ancak adım sayısının göreceli olarak yüksek olması istenen sonucun doğruluk oranını azaltmaktadır. Bu yüzden adım sayısı 0.01 iken haritanın yakınsadığı bölgenin civarında, yine K<sub>p</sub> ve K<sub>i</sub> değerlerinin minimum ve maksimum noktaları belirlenmiştir. Bu durumdan sonra adım sayısı 0.001 gibi daha düşük bir değer olarak seçilmiş ve çok kısa bir sürede istenen sonuçlara ulaşılmıştır. Dolayısıyla iki adımlı yöntem ile önerilen algoritma çalıştırılmış ve istenen tüm performans özellikleri çok kısa bir sürede hesaplanmıştır. Önerilen algoritmali yöntem bir örnek üzerinden incelenmiş ve istenen kıstasları sağladığı tespit edilmiştir. Ayrıca harita içerisinde rastgele K<sub>p</sub> - K<sub>i</sub> noktaları seçilmiş ve literatürdeki diğer yöntemlerle bulunan K<sub>p</sub> - K<sub>i</sub> noktaları ile oluşturulan sistemlerin birim basamak cevapları karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, önerilen algoritmali yöntemin diğer yöntemlere göre istenen performans özelliklerini sağlamakta daha esnek olduğunu göstermiştir.

## Kaynakça

- [1] J. H. Park, T. H. Lee, Y. Liu, and J. Chen, *Dynamic Systems with Time Delays: Stability and Control*. Singapore: Springer Singapore, 2019. doi: 10.1007/978-981-13-9254-2.
- [2] S. Bassi, E. Gbenga, A. Abidemi, D. Opeoluwa, and B. Mohammed, "Heliyon Metaheuristic algorithms for PID controller parameters tuning : review , approaches and open problems," *Heliyon*, vol. 8, no. November 2021, p. e09399, 2022, doi: 10.1016/j.heliyon.2022.e09399.

- [3] R. P. Borase, D. K. Maghade, S. Y. Sondkar, and S. N. Pawar, "A review of PID control, tuning methods and applications," *Int. J. Dyn. Control*, vol. 9, no. 2, pp. 818–827, 2021, doi: 10.1007/s40435-020-00665-4.
- [4] T. Häggglund, "An industrial dead-time compensating PI controller," *Control Eng. Pract.*, vol. 4, no. 6, pp. 749–756, Jun. 1996, doi: 10.1016/0967-0661(96)00065-2.
- [5] S. P. Bhattacharyya, A. Datta, and L. H. Keel, *Linear Control Theory*, vol. 9, no. 9. CRC Press, 2018. doi: 10.1201/9781420019612.
- [6] J. Ackermann and D. Kaesbauer, "Design of robust PID controllers," in *2001 European Control Conference (ECC)*, Sep. 2001, pp. 522–527. doi: 10.23919/ECC.2001.7075960.
- [7] J. Fang, D. Zheng, and Z. Ren, "Computation of stabilizing PI and PID controllers by using Kronecker summation method," *Energy Convers. Manag.*, vol. 50, no. 7, pp. 1821–1827, 2009, doi: 10.1016/j.enconman.2009.03.007.
- [8] N. Tan, I. Kaya, C. Yeroglu, and D. P. Atherton, "Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus," *Energy Convers. Manag.*, vol. 47, no. 18–19, pp. 3045–3058, 2006, doi: 10.1016/j.enconman.2006.03.022.
- [9] C. Onat, "A new concept on PI design for time delay systems: Weighted geometrical center," *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, vol. 9, no. 4, pp. 1539–1556, 2013.
- [10] C. Onat, "A new design method for PI–PD control of unstable processes with dead time," *ISA Trans.*, vol. 84, pp. 69–81, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.isatra.2018.08.029.
- [11] A. Yuce, "Analytical Design of PI Controller for First Order Transfer Function plus Time Delay: Stability Triangle Approach," *IEEE Access*, vol. PP, pp. 1–1, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3292830.
- [12] G. Kavuran, "Optimal PI Kontrolör Tasarımı için Üçgenler Açında Lineer Enterpolasyon Yöntemiyle Kararlılık Sınır Yüzeyinin Oluşturulması," *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilim. Derg.*, vol. 9, no. 4, pp. 1672–1686, 2020.
- [13] F. N. Deniz, C. Keleş, B. B. Alagöz, and N. Tan, "Görüntü İşleme İle PID Kararlılık Bölgesi Kontrolör Performansı Haritalaması," in *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'13*, 2013.
- [14] S. E. Hamamci and N. Tan, "Design of PI controllers for achieving time and frequency domain specifications simultaneously," vol. 45, no. 4, pp. 529–543, 2006, doi: https://doi.org/10.1016/S0019-0578(07)60230-4.
- [15] S. Skogestad and I. Postlethwaite, "Multivariable Feedback Control—Analysis and Design," *IEEE Control Syst.*, vol. 27, no. 1, pp. 80–81, 2007, doi: 10.1109/MCS.2007.284514.
- [16] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. 2010.