

Kararlı Kaskad Prosesler için Kararlılık Sınır Eğrisi Yöntemine Dayalı PI Kontrolör Parametrelerinin Ayarlanması

Tuning of the PI Controller Parameters Based on Stability Boundary Locus Method for Stable Cascade Processes

Ebru Demir¹, Tufan Doğruer²

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi
ebru.demir9422@gop.edu.tr

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi
tufan.dogruer@gop.edu.tr

Özetçe

Bu bildiriye, seri kaskad kontrol sistemlerinde kontrolör parametrelerini belirlemek amacıyla kararlılık sınır eğrisi metoduna dayanan analitik bir yöntem sunulmuştur. Kaskad kontrol sistemleri, hızlı dinamiklere sahip iç döngü ile giriş bozulmalarını ortadan kaldırmak ve çıkış performansını düzenlemek amacıyla kullanılan bir dış döngüden oluşur. İç döngüde PI kontrolör parametrelerini ayarlamak için kontrol sisteminin tüm kararlı bölgelerini belirlemek amacıyla kararlılık sınır eğrisi k_p - k_i düzleminde elde edilir. Ağırlıklı geometrik merkez metodu ile kararlılık sınır eğrisi içerisinde PI kontrolör parametreleri belirlenir. Yöntem kademeli şekilde önce iç döngü daha sonra dış döngü için uygulanır. Önerilen yöntemin performansını değerlendirmek amacıyla bir benzetim çalışması gerçekleştirilmiş ve literatürden bir çalışmayla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, önerilen yöntemin hem ayar noktası takibinde hem de bozucu reddinde başarılı kontrol performansı elde ettiğini göstermektedir.

Abstract

In this paper, an analytical method based on the stability boundary locus approach is presented to determine the controller parameters in series cascade control systems. Cascade control systems consist of an inner loop with fast dynamics and an outer loop used to eliminate input disturbances and regulate output performance. The stability boundary locus in the k_p - k_i plane is obtained to identify all stable regions of the control system for tuning the PI controller parameters in the inner loop. The weighted geometric center method is utilized to determine the PI controller parameters within the stability boundary locus. The proposed method is applied step by step first for the inner loop and then for the outer loop. In order to evaluate the performance of the proposed method, a simulation study was carried out and compared with a study from the literature. The results show that the proposed method achieves successful control performance in both set-point tracking and disturbance rejection.

1. Giriş

Kaskad kontrol, sıcaklık, seviye, akış ve basınç gibi fiziksel parametrelerin kontrolü için proses kontrol endüstrisinde yaygın olarak kullanılan popüler kontrol yöntemlerinden biridir [1]. Kaskad kontrol, özellikle bozulmaların düzenlenen değışkenle ilişkili olduğu veya son kontrol elemanının doğrusal olmayan davranış sergilediği durumlarda, tek döngülü kontrol performansını artırmak için kullanılan en başarılı yöntemlerdendir [2]. Bu yapı aynı zamanda büyük zaman gecikmelerinin varlığında doğru kontrol performansı sağlar [3]. Kaskad kontrol ilk olarak Franks ve Worley [4] tarafından kimyasal reaktörlerde kullanılmış ve sonraki yıllarda literatürde birçok çalışma sunulmuştur. Literatürde rapor edilen çalışmalar arasında ısıtma, havalandırma ve klima sistemlerinin kaskad kontrolü [5], zaman gecikmeli kararsız ve integratörlü sistemlerin kaskad kontrolü [6, 7], yük-frekans kontrolü [8], güç elektroniği [9] ve elektrik makineleri [10] gibi alanlar yer almaktadır.

Kaskad kontrol yapısı, bir iç döngü ve bir dış döngüden oluşur. Kaskad sistemin geliştirilmiş performansı, bu döngülerin etkili bir şekilde ayarlanmasına bağlıdır [11]. PID kontrolörler, yapıları ve parametrelerinin ayarlanması yöntemlerinin çeşitliliği nedeniyle çoğunlukla bu amaç için kullanılır. Ancak, ayarlama oldukça karmaşıktır, çünkü dış döngünün ayarlanması için iç döngünün karşılaştığı değışikliklerin dikkate alınması gerekir. Literatürde, bir röle geri besleme otomatik ayarlama tekniğinin önerildiği bir çalışma rapor edilmiştir [12]. Eş zamanlı bir otomatik ayarlama tekniği [11, 13]'te, başka bir eşzamanlı ayarlama prosedürü [14]'te, iç ve dış döngü kontrolörleri için ayarlama kuralları [15]'te önerilmiştir. Geleneksel seri kaskad sistemlerde kontrolör parametrelerinin ayarlanması ile ilgili önerilen çalışmalar genişletilebilir [16-19]. Seri kaskad kontrol sisteminde dış döngüye Smith öngörücünün dâhil edilmesiyle, kararlı, integratörlü ve kararsız süreç modelleri için bugüne kadar çeşitli değıştirilmiş yapılar rapor edilmiştir [20-23].

$$G_p(\omega) = \frac{N_e(-\omega^2) + j\omega N_o(-\omega^2)}{D_e(-\omega^2) + j\omega D_o(-\omega^2)} \quad (8)$$

Denklem 8'i basitleştirmek için $(-\omega^2)$ ifadesi denklemden çıkarılır. Böylece, kapalı çevrim karakteristik denklem şu şekilde yeniden yazılabilir.

$$\Delta(\omega) = \Delta_R(\omega) + j\Delta_I(\omega) \quad (9)$$

Burada, $\Delta_R(\omega)$ karakteristik denklemin gerçek kısmını, $\Delta_I(\omega)$ ise karakteristik denklemin sanal kısmını ifade eder ve eşitlikleri aşağıdaki gibidir.

$$\Delta_R(\omega) = (k_i N_e - k_p \omega^2 N_o) \cos(\omega\theta) + \omega(k_i N_o + k_p N_e) \sin(\omega\theta) - \omega^2 D_o \quad (10)$$

$$\Delta_I(\omega) = \omega(k_i N_o + k_p N_e) \cos(\omega\theta) - (k_i N_e - \omega^2 k_p N_o) \sin(\omega\theta) + \omega D_e \quad (11)$$

Karakteristik denklemin gerçek ve sanal kısımları sıfıra eşitlendiğinde Denklem 12 ve 13 elde edilir.

$$k_p[-\omega^2 N_o \cos(\omega\theta) + \omega N_e \sin(\omega\theta)] + k_i[N_e \cos(\omega\theta) + \omega N_o \sin(\omega\theta)] = \omega^2 D_o \quad (12)$$

$$k_p[\omega N_e \cos(\omega\theta) + \omega^2 N_o \sin(\omega\theta)] + k_i[\omega N_o \cos(\omega\theta) - N_e \sin(\omega\theta)] = -\omega D_e \quad (13)$$

Denklem 12 ve 13'ü sırasıyla Denklem 14 ve 15 olarak tanımlayalım.

$$k_p Q(\omega) + k_i R(\omega) = X(\omega) \quad (14)$$

$$k_p S(\omega) + k_i U(\omega) = Y(\omega) \quad (15)$$

Denklem 14 ve 15'teki polinomlar sırasıyla Denklem 16-21'deki gibi ifade edilir.

$$Q(\omega) = -\omega^2 N_o \cos(\omega\theta) + \omega N_e \sin(\omega\theta) \quad (16)$$

$$R(\omega) = N_e \cos(\omega\theta) + \omega N_o \sin(\omega\theta) \quad (17)$$

$$X(\omega) = \omega^2 D_o \quad (18)$$

$$S(\omega) = \omega N_e \cos(\omega\theta) + \omega^2 N_o \sin(\omega\theta) \quad (19)$$

$$U(\omega) = \omega N_o \cos(\omega\theta) - N_e \sin(\omega\theta) \quad (20)$$

$$Y(\omega) = -\omega D_e \quad (21)$$

Denklem 14 ve 15'in çözümünden, k_p ve k_i eşitlikleri Denklem 22 ve 23 şeklinde elde edilir.

$$k_p = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (22)$$

$$k_i = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (23)$$

Denklem 16-21'de verilen polinomlar Denklem 22 ve 23'te yenine yazılarak nihai k_p ve k_i eşitlikleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$k_p = \frac{(\omega^2 N_o D_o + N_e D_e) \cos(\omega\theta) + \omega(N_o D_e - N_e D_o) \sin(\omega\theta)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (24)$$

$$k_i = \frac{\omega^2(N_o D_e - N_e D_o) \cos(\omega\theta) - \omega(N_e D_e + \omega^2 N_o D_o) \sin(\omega\theta)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (25)$$

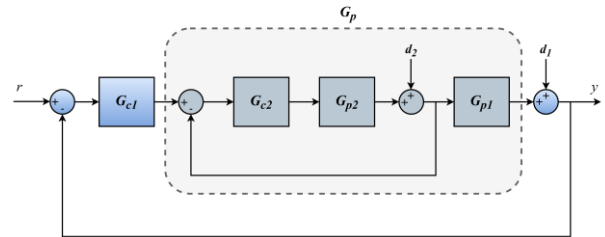
Denklem 24 ve 25'in paydasının sıfırdan farklı değerleri için, SBL grafiği k_p - k_i düzleminde, açısal frekans ω 'nın sıfırdan sonsuza geçişimiyle oluşturulabilir.

SBL grafiği elde edildikten sonra PI kontrolör parametreleri ağırlıklı merkez metoduyla belirlenebilir. Bu metoda göre k_p ve k_i sırasıyla Denklem 26 ve 27 ile elde edilir. Burada daha küçük ω adım aralığının daha fazla doğruluk sağladığı açıktır.

$$k_{pc} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_{pj} \quad (26)$$

$$k_{ic} = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^n k_{ij} \quad (27)$$

Önerilen yöntemde, seri kaskad sistemin iç döngüsü için SBL ve AGM metotları uygulanarak G_{c2} kontrolör parametreleri belirlenir ve iç döngünün transfer fonksiyonu hesaplanır. Şekil 3'te verilen seri kaskad kontrol sisteminde G_p transfer fonksiyonu hesaplandığında, kaskad sistem Şekil 2'de verilen tek çevrimli bir kontrol sistemi haline gelir. G_{c1} kontrolörünün parametrelerini belirlemek için G_p transfer fonksiyonu için SBL hesaplanır ve AGM metodu ile kontrolör parametreleri belirlenir. Böylece hem iç döngü hem de dış döngü için SBL yöntemi uygulanarak önce G_{c2} ardından G_{c1} kontrolör parametreleri belirlenmiş olur. İç döngüde zaman gecikmesinin Pade yaklaşımı ile modellenmesi matematiksel işlemlerde kolaylık sağlayacaktır.



Şekil 3: Seri kaskad kontrol sisteminde G_p 'nin gösterimi.

3. Benzetim Çalışması

Bu bölümde önerilen yöntemin etkinliğini göstermek için Tan ve ark. [13] tarafından incelenen aşağıdaki süreç modeli elde alınmıştır.

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-s} \text{ ve } G_{p2}(s) = \frac{1}{(0.1s+1)} e^{-0.1s} \quad (28)$$

Önerilen yöntemle göre işlemler yapıldığında kaskad sistemin iç döngüsünde PI kontrolör parametrelerinin eşitlikleri ω 'ya bağlı olarak Denklem 29 ve Denklem 30'daki gibi elde edilir.

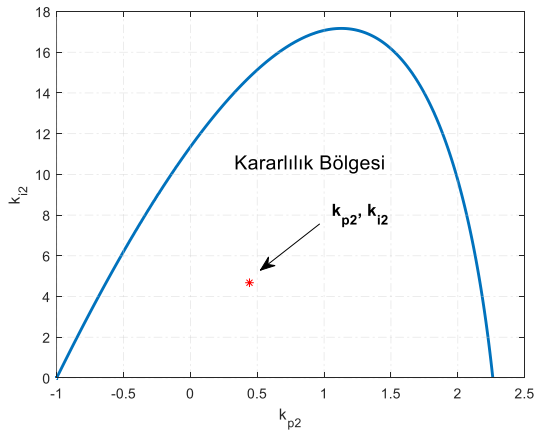
$$k_{p2} = -\cos(0.1\omega) + 0.1\omega \sin(0.1\omega) \quad (29)$$

$$k_{i2} = 0.1\omega^2 \cos(0.1\omega) + \omega \sin(0.1\omega) \quad (30)$$

k_{p2} ve k_{i2} parametrelerinin kararlı ve kararsız değerleri için elde edilen SBL eğrisi Şekil 4'te verilmiştir ($\omega \in [0, 20.2875]$). Kararlılık bölgesi içerisinde, AGM metoduna göre $k_{p2}=0.4421$ ve $k_{i2}=4.6770$ olarak hesaplanır.

İç döngüdeki PI kontrolör parametrelerinin belirlenmesiyle iç döngünün kapalı çevrim transfer fonksiyonu hesaplanır ve dış döngüdeki süreç modeli ile çarpılarak ileri yoldaki transfer fonksiyonu elde edilir. İç döngü transfer fonksiyonunun hesaplanmasında zaman gecikmesi 4.dereceden Pade yaklaşımı kullanılarak modellenmiştir. Elde edilen transfer fonksiyonu Denklem 31'de verilmiştir.

$$G_1(s) = \frac{(0.4421s^5 - 83.74s^4 + 7022s^3 - 2.872e05s^2 + 3.499e06s + 7.857e07)}{(0.1s^8 + 21.64s^7 + 1959s^6 + 1.129e05s^5 + 2.453e06s^4 + 2.487e07s^3 + 1.214e08s^2 + 1.774e08s + 7.857e07)} e^{-s} \quad (31)$$



Şekil 4: İç döngü için kararlılık sınır eğrisi.

Denklem 31'de verilen transfer fonksiyonu ile birlikte PI kontrolör bulunan basit bir kontrol sistemine indirgeme yapılmış olur. Denklem 31'deki transfer fonksiyonu Denklem 32'de verilen ikinci dereceden bir transfer fonksiyonuna indirgenerek SBL analizi daha basit şekilde gerçekleştirilebilir. İndirgenen transfer fonksiyonuna göre SBL metodunun dış çevrim kontrol sistemine uygulanmasıyla elde edilen PI kontrolör parametrelerinin eşitlikleri Denklem 33 ve Denklem 34'te verilmiştir.

$$G_2(s) = \frac{0.9682}{s^2 + 1.95s + 0.9683} e^{-s} \quad (32)$$

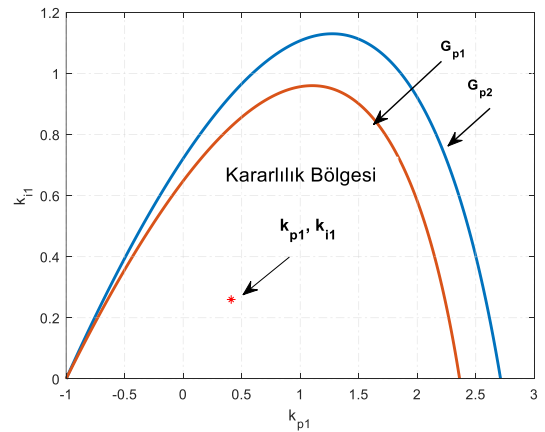
$$k_{p1} = \frac{\omega^2 0.9682 \cos \omega + 1.8879 \omega \sin \omega - 0.9374 \cos \omega}{0.9374} \quad (33)$$

$$k_{i1} = \frac{-0.9682 \omega^3 \sin \omega + 1.8879 \omega^2 \cos \omega + 0.9375 \omega \sin \omega}{0.9374} \quad (34)$$

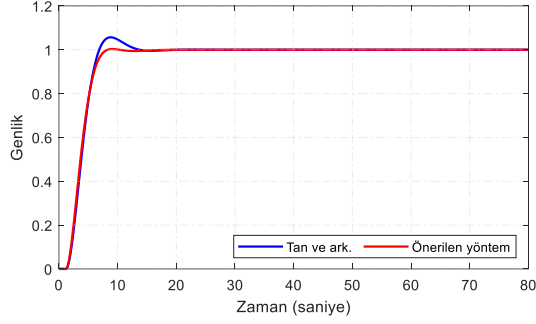
Yukarıdaki denklemlere göre ve $\omega \in [0, 1.2962]$ aralığı için SBL eğrisi dış döngü için Şekil 5'teki gibi elde edilir. Denklem 31'deki transfer fonksiyonu kullanılarak SBL metodunun dış çevrim kontrol sistemine uygulanmasıyla elde edilen kararlılık bölgesi de Şekil 5'te gösterilmiştir.

G_{c1} kontrolörünün parametreleri için Şekil 5'te verilen kararlılık bölgesi içerisinde AGM metoduna göre $k_{p1}=0.4181$ ve $k_{i1}=0.2572$ olarak hesaplanır. Böylece hem iç hem de dış döngüdeki PI kontrolör parametreleri belirlenmiş olur.

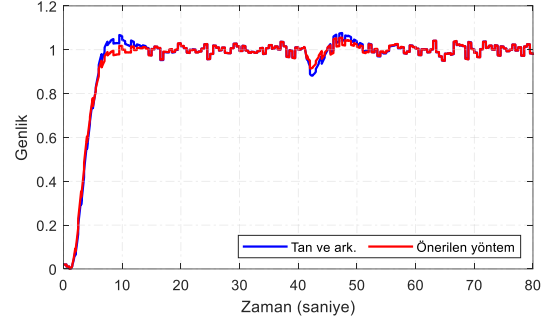
Şekil 1'de verilen seri kaskad kontrol sisteminde G_{c1} ve G_{c2} kontrolör parametrelerinin yerine yazılmasıyla kapalı çevrim sistemin birim basamak cevap eğrisi Şekil 6'daki gibi elde edilir. Tan ve ark. yöntemi ile yerleşme süresi 11.77 sn iken, önerilen yöntemle yerleşme süresi 7.30 sn olmaktadır. Aşma değerleri açısından bir karşılaştırma yapıldığında önerilen yöntemle %1'den daha küçük bir aşma elde edilirken, Tan ve ark. yöntemi ile %5.8 bir aşma meydana gelmektedir. Önerilen yöntemin hem yerleşme zamanı hem de aşma açısından daha üstün bir performans gösterdiği şekilden de açıkça görülmektedir.



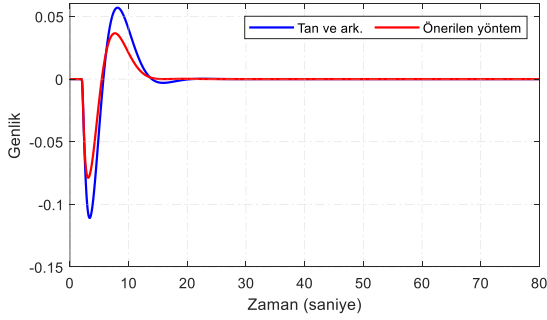
Şekil 5: Dış döngü için kararlılık sınır eğrisi.



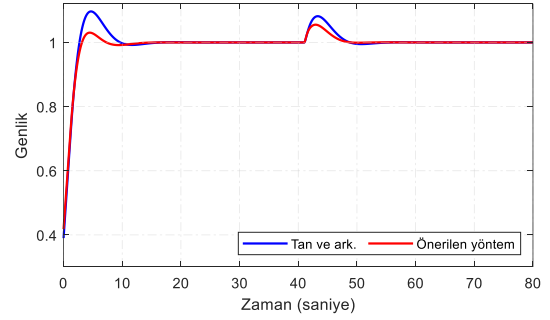
Şekil 6: Kaskad kontrol sisteminin birim basamak cevap eğrileri.



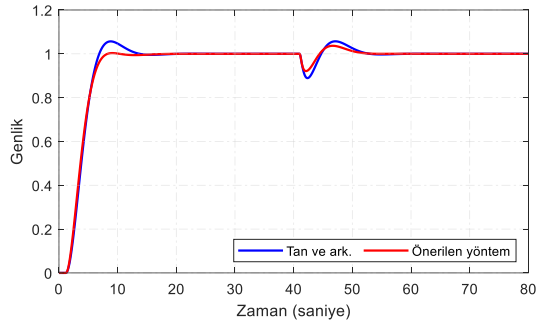
Şekil 9: Kaskad kontrol sistemine ölçüm gürültüsü uygulandığında birim basamak cevap eğrileri.



Şekil 7: Kaskad kontrol sisteminin bozucu giderme cevap eğrileri.



Şekil 10: Kontrol sinyalleri.



Şekil 8: Kaskad kontrol sisteminin referans ve bozucu giriş için birim basamak cevap eğrileri.

Şekil 7'de, kaskad kontrol sisteminin bozucu giderme performansını değerlendirmek amacıyla sisteme $t=0$ sn'de negatif birim basamak giriş uygulanmıştır. Önerilen yöntemin hem aşım hem de yerleşme zamanı açısından üstün olduğu şekilden görülmektedir. Sistemin ayar noktası takibi ve bozucu giderme performansı Şekil 8'de birlikte verilmiştir. Cevap eğrisinde bozucu için $t=40$ sn'de negatif birim basamak giriş uygulanmıştır. Her iki yöntem için ölçüm gürültü etkisini analiz etmek için sistem çıkışlarına bantla sınırlı bir beyaz gürültü bloğu eklenir. Filtre bloğunun parametreleri, gürültü gücü 0.00015 ve örnekleme zamanı 0.5 olarak ayarlanmıştır. Elde edilen birim basamak cevap eğrileri Şekil 9'da gösterilmiştir. Ayrıca Şekil 10'da kaskad sistem için kontrol sinyalleri genlikleri sunulmuştur. Kontrol işaretlerinin küçük olduğu şekilden görülmektedir.

4. Sonuçlar

Bu bildiriye, seri kaskad kontrol yapısı için bir kontrolör tasarım stratejisi önerilmiş ve önerilen tekniğin faydasını göstermek amacıyla bir benzetim çalışması sunulmuştur. Ayar noktası takibi, bozucu giderme performansı, ölçüm gürültüsü ve kontrol işaretleri gibi çeşitli performans testleri uygulanarak önerilen metod değerlendirilmiştir. Bununla birlikte literatürden bir çalışma ile performans karşılaştırması yapılmış ve önerilen yöntemin daha başarılı sonuçlar sağladığı görülmüştür. Bu çalışmanın sonuçlarını kısaca özetlersek;

- Seri kaskad kontrol yapılarında PI kontrolör tasarımı için analitik bir yöntem sunulmuştur.
- Önerilen yöntemin ayar noktası takibi ve bozucu giderme performansında etkili sonuçlar sağladığı görülmüştür.

Ayrıca, iç döngü ve dış döngü için elde edilen kararlılık sınır eğrisi bölgesinden farklı kontrolör parametreleri seçimine olanak veren metotlar gelecekte geliştirilebilir.

Kaynakça

- [1] D. G. Padhan and S. Majhi, "Modified Smith predictor based cascade control of unstable time delay processes," *ISA transactions*, vol. 51, no. 1, pp. 95-104, 2012.
- [2] Y. Lee, S. Park, and M. Lee, "PID controller tuning to obtain desired closed-loop responses for cascade control systems," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 31, no. 11, pp. 613-618, 1998.

- [3] R. Ranganayakulu, A. Seshagiri Rao, and G. Uday Bhaskar Babu, "Analytical design of fractional IMC filter–PID control strategy for performance enhancement of cascade control systems," *International Journal of Systems Science*, vol. 51, no. 10, pp. 1699-1713, 2020.
- [4] R. G. Franks and C. W. Worley, "Quantitative Analysis of Cascade Control," *Industrial & Engineering Chemistry*, vol. 48, no. 6, pp. 1074-1079, 1956/06/01 1956.
- [5] D. Ivanova, N. Valov, and M. Deyanov, "Application of the genetic algorithm for cascade control of a HVAC system," *MATEC Web of Conferences*, vol. 292, p. 01064, 01/01 2019.
- [6] D. Mukherjee, G. Raja, and P. Kundu, "Optimal fractional order IMC-based series cascade control strategy with dead-time compensator for unstable processes," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 30-41, 2021.
- [7] G. L. Raja and A. Ali, "Smith predictor based parallel cascade control strategy for unstable and integrating processes with large time delay," *Journal of Process Control*, vol. 52, pp. 57-65, 2017.
- [8] A. El-Ela, A. Adel, R. A. El-Sehiemy, A. M. Shaheen, and A. E.-G. Diab, "Enhanced coyote optimizer-based cascaded load frequency controllers in multi-area power systems with renewable," *Neural Computing and Applications*, vol. 33, no. 14, pp. 8459-8477, 2021.
- [9] Z. Chen, W. Gao, J. Hu, and X. Ye, "Closed-loop analysis and cascade control of a nonminimum phase boost converter," *IEEE Transactions on power electronics*, vol. 26, no. 4, pp. 1237-1252, 2010.
- [10] A. Pisano, A. Davila, L. Fridman, and E. Usai, "Cascade control of PM DC drives via second-order sliding-mode technique," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 11, pp. 3846-3854, 2008.
- [11] A. Leva and A. Marinelli, "Comparative analysis of some approaches to the autotuning of cascade controls," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 48, no. 12, pp. 5708-5718, 2009.
- [12] M. Zhuang and D. P. Atherton, "Optimum cascade PID controller design for SISO systems," in *1994 International Conference on Control-Control'94.*, 1994, vol. 1, pp. 606-611: IET.
- [13] K. Tan, T. Lee, and R. Ferdous, "Simultaneous online automatic tuning of cascade control for open loop stable processes," *ISA transactions*, vol. 39, no. 2, pp. 233-242, 2000.
- [14] A. Visioli and A. Piazzi, "An automatic tuning method for cascade control systems," in *2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 2006, pp. 2968-2973: IEEE.
- [15] O. Arrieta, R. Vilanova, and P. Balaguer, "Procedure for cascade control systems design: choice of suitable PID tunings," *International Journal of Computers Communications & Control*, vol. 3, no. 3, pp. 235-248, 2008.
- [16] J.-C. Jeng and M.-W. Lee, "Simultaneous automatic tuning of cascade control systems from closed-loop step response data," *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 6, pp. 1020-1033, 2012.
- [17] G. L. Raja and A. Ali, "Improved tuning of cascade controllers for stable and integrating processes with time Delay," in *Michael Faraday IET International Summit 2015*, 2015, pp. 1-7: IET.
- [18] S. Santosh and M. Chidambaram, "A simple method of tuning series cascade controllers for unstable systems," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 11, pp. 661-667, 2013.
- [19] C.-q. Yin, H.-z. Hui, J.-g. Yue, J. Gao, and L.-p. Zheng, "Cascade control based on minimum sensitivity in outer loop for processes with time delay," *Journal of Central South University*, vol. 19, pp. 2689-2696, 2012.
- [20] O. Çakıroğlu, M. Güzelkaya, and İ. Eksin, "Improved cascade controller design methodology based on outer-loop decomposition," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 37, no. 5, pp. 623-635, 2015.
- [21] P. Garcia, T. Santos, J. E. Normey-Rico, and P. Albertos, "Smith predictor-based control schemes for dead-time unstable cascade processes," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 49, no. 22, pp. 11471-11481, 2010.
- [22] I. Kaya, "Improving performance using cascade control and a Smith predictor," *ISA transactions*, vol. 40, no. 3, pp. 223-234, 2001.
- [23] S. Uma, M. Chidambaram, A. S. Rao, and C. K. Yoo, "Enhanced control of integrating cascade processes with time delays using modified Smith predictor," *Chemical Engineering Science*, vol. 65, no. 3, pp. 1065-1075, 2010.
- [24] S. Song, W. Cai, and Y.-G. Wang, "Auto-tuning of cascade control systems," *ISA transactions*, vol. 42, no. 1, pp. 63-72, 2003.
- [25] N. Tan, "Computation of stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay," *ISA Transactions-Instrument Society of America*, vol. 44, no. 2, pp. 213-224, 2005.