

Optimal Frekans Bölgesi İsterlerine Dayalı Kesirli Mertebe PID Tasarımı Fractional PID Design based on Optimal Frequency Domain Specifications

Erhan Yumuk¹, Müjde Güzelkaya², İbrahim Eksin³

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak, İstanbul

¹{yumuk}@itu.edu.tr, ²{guzelkaya}@itu.edu.tr, ³{eksin}@itu.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, zaman gecikmeli sistemler için frekans bölgesi isterlerinin optimal seçimine dayalı kesirli mertebe PID tasarımı önerilmiştir. Faz payı ve kazanç geçiş frekansı içeren bu frekans bölgesi isterleri, referans modelin üç zaman bölgesi performans kriterine, yani toplam karesel hata (TKH), toplam zaman karesel hata (TZKH) ve toplam mutlak hata (TMH), göre optimal olacak şekilde belirlenmiştir. Referans model olarak geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu kullanılmaktadır. Benzetim çalışmalarında, önerilen yöntem aynı frekans ve zaman bölgesi isterlerini kullanan diğer bir yöntemle karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçları, önerilen kesirli mertebe PID kontrolörlerin bahsi geçen performans kriterlerine göre üstün olduğunu ve ayrıca aşım, yerleşme zamanı vb. diğer zaman bölgesi özellikleri açısından oldukça kabul edilebilir bir performansa sahip olduğunu göstermiştir.

Abstract

This study introduces a novel approach to design a fractional-order PID controller for time delay systems relying on optimal selection of frequency-domain specifications. The frequency-domain specification sets, including phase margin and gain crossover frequency, are carefully chosen to ensure the optimality of reference model based on three essential time-domain performance indices, i.e. integral square error (ISE), integral square error (ITSE), and integral absolute error (IAE). The reference model employs the delayed Bode's transfer function. Through comprehensive simulation studies, the proposed methodology is compared with the other method employing the same specifications. Remarkably, the results demonstrate that the proposed controllers outperform the alternatives concerning the mentioned performance indices. Additionally, they exhibit notably satisfactory performance concerning other time-domain specifications, e.g. overshoot and settling time.

1. Giriş

Kesirli mertebe hesaplama, ilk olarak 1960'ların başlarında kontrol mühendisliği alanında kullanılmaya başlanmış olup [1] hem sistem modellemede hem de kontrolör tasarımında birçok esneklik sunmaktadır. Sistem modellemede, endüstride en yaygın olarak kullanılan modeller tamsayı birinci veya ikinci mertebeden ölü zamanlı modellerdir. Ancak, bu tür tamsayı merte-

beli modeller, sistem dinamiklerini ifade etmek için yeterli olmayabilir. Bunun yerine, kesirli mertebe eşdeğerleri, sistem dinamiklerini ifade etmek için iyi bir alternatiftir [2,3]. Bu kesirli mertebe modeller, tamsayı birinci ve ikinci mertebeden ölü zamanlı modellere kesirli bir mertebe eklenmesiyle oluşturulurlar. Ayrıca ikiz rotor sistemi [2], mobil robot [4], servo sistemi [5] gibi çeşitli gerçek zamanlı sistem uygulamalarında kesirli mertebe modeller, tamsayı mertebe eşdeğerlerinden çok daha iyi bir şekilde sistem davranışını yansıttığı gösterilmiştir.

Sistem modellemedeki etkinliğinin yanı sıra, kesirli mertebe hesaplama, hem PID, iç model kontrol gibi klasik kontrolör tasarımında hem de bulanık, optimal, uyarlamalı kontrol gibi gelişmiş kontrolör tasarımında büyük esneklik sağlamaktadır [6–8]. Ancak, ek parametrelerin getirdiği bu esneklik kesirli mertebe kontrolör tasarımı zorlaştırır. Bu tasarımların çoğu, kesirli mertebe operatörün frekans cevabı tam olarak bilindiğinden frekans bölgesi isterleri kullanılarak yapılmaktadır. Bu bağlamda, Bode transfer fonksiyonu, frekans bölgesine dayalı kesirli mertebe kontrolör tasarımında en sık kullanılan yapıların başında gelir. Bu yapı, kesirli mertebe kontrolörlerin analitik olarak tasarlanmasını sağlar. En yaygın kullanılan frekans bölgesi isterleri setlerinden biri, faz payı ve kazanç geçiş frekansından oluşur. Bu isterler ve Bode transfer fonksiyonu yapısı kullanılarak, tamsayı veya kesirli mertebe modele dayalı pek çok analitik bir kesirli mertebe PID kontrolör tasarımları yapılmıştır [9–11]. Bu bağlamda, kutup yerleştirme tekniği kullanılarak [12], geliştirilmiş Bode fikirleri kullanılarak [13] ve kesirli mertebe integral ile durum geribeslemesi kullanılarak [14] yapılan başka kesirli mertebe kontrolör tasarım yöntemleri de mevcuttur. Aynı frekans bölgesi isterleri kullanılarak, minimum fazlı olmayan zaman gecikmeli bir sistemin kesirli mertebe kontrolü de önerilmiştir. [15]. Ancak, yukarıda bahsedilen kontrolörler, zaman gecikmeli sistemler için istenen frekans bölgesi isterlerini karşılamada yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, geciktirilmiş Bode ideal transfer fonksiyonu önerilmiştir [8]. Bu transfer fonksiyonunun kullanımıyla istenen frekans bölgesi isterleri açısından kontrol sistem performansı iyileştirilmiştir [16]. Bu kesirli mertebe kontrolör tasarımları frekans bölgesi isterlerine dayanmasına rağmen, kontrol sistem tasarımının en önemli karakteristiklerden biri olan zaman bölgesi kriterleri hakkında doğrudan bilgi vermezler. Bu nedenle, zaman bölgesi kriterleri, frekans bölgesi isterleri belirlenirken göz önünde bulundurulabilir.

Bu çalışmada, frekans bölgesi isterleri; yani faz payı ve kazanç geçiş frekansı, referans modelin üç zaman bölgesi performans kriterine göre, yani TKH, TZKH ve TMH'ye göre opti-

mal olacak şekilde belirlenmiştir. Bu amaçla, geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu referans model olarak kullanılmıştır. Böylece zaman gecikmeli sistemler için optimal frekans bölgesi isteklerini kullanarak optimal kesirli mertebeye PID kontrolör tasarımı yöntemi önerilmiştir. Benzetim çalışmalarında, önerilen kontrolörler aynı istekleri kullanan diğer yöntemle karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçları, önerilen kontrolörlerin bahsi geçen performans kriterlerine göre üstün olduğunu ve ayrıca aşım, yerleşme zamanı vb. diğer zaman bölgesi özellikleri açısından oldukça kabul edilebilir bir performansa sahip olduğunu göstermiştir.

Bu çalışma şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2, geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonunu sunmaktadır. Ayrıca, geciktirilmiş Bode ideal transfer fonksiyonunu kullanarak frekans bölgesi özelliklerinin seçimini ve optimal kesirli mertebeye kontrolör tasarımını içerir. Benzetim çalışmaları Bölüm 3'te gerçekleştirilmiştir. Bölüm 4, bazı değerlendirmeler ve tartışmalar sunmaktadır.

2. Optimal Kesirli Mertebeye Kontrolör Tasarımı

2.1. Geciktirilmiş Bode Transfer Fonksiyonu

$K_b, \gamma \in R$ sırasıyla kazanç ve kesirli mertebeye olmak üzere aşağıdaki transfer fonksiyonu Bode transfer fonksiyonu olarak adlandırılır [17]:

$$L_b(s) = \frac{K_b}{s^\gamma} \quad (1)$$

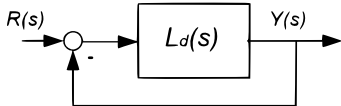
Bu transfer fonksiyonu $\gamma > 0$ ve $\gamma < 0$ değerleri için sırasıyla kesirli mertebeye integratörü ve kesirli mertebeye türevi tanımlar. Frekans cevabının kazanç eğrisinin eğimi logaritmik ölçekte -20γ dB/dec değerindedir. Faz eğrisi ise tüm frekanslar için $-\pi\gamma/2$ rad değerindedir. Öte yandan geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu, Bode transfer fonksiyonuna ölü zaman θ eklenmesiyle aşağıdaki şekilde tanımlanır [8]:

$$L_d(s) = \frac{K_d}{s^\gamma} e^{-\theta s} \quad (2)$$

Frekans cevabının kazanç eğrisinin eğimi logaritmik ölçekte Bode transfer fonksiyonunun kazanç eğrisinin eğimiyle aynıdır. Faz eğrisi ise tüm frekanslar için $-\pi\gamma/2 - \omega\theta$ rad değerindedir. Bode transfer fonksiyonunun aksine faz eğrisi frekansa bağlı değişmektedir.

Şekil 1'de görüldüğü gibi ileri yoluna $L_d(s)$ transfer fonksiyonu yerleştirilen birim geribeslemeli yapı literatürde referans model kullanılır. Bu referans modelin transfer fonksiyonu aşağıdaki formül yardımıyla bulunur:

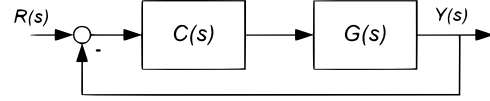
$$T_{ref}(s) = \frac{L_d(s)}{1 + L_d(s)}. \quad (3)$$



Şekil 1: Referans model blok diyagramı

2.2. Kontrolör Yapısı

Kontrolör tasarımında Şekil 2'de verilen birim geribeslemeli kontrol sisteminden yararlanılacaktır. Bu şekilde $R(s)$, $Y(s)$, $C(s)$ and $G(s)$ sırasıyla referans işaretini, çıkış işaretini, kontrolör transfer fonksiyonunu ve sistem modelini ifade etmektedir.



Şekil 2: Birim geribeslemeli kontrol sistemi blok diyagramı

Pekçok kesirli mertebeye kontrolör tasarımı frekans bölgesi isteklerinin seçimine dayanır. Bu çalışmada Faz Payı (FP) ve Kazanç Geçiş Frekansı (KGF) istekleri Şekil 2'deki kontrolör $C(s)$ tarafından karşılanacak şekilde tasarım yapılacaktır. Aşağıda FP (ϕ_m) ve KGF (ω_g) isteklerinin matematiksel ifadeleri verilmiştir:

$$FP : \angle C(j\omega_g)G(j\omega_g) = \phi_m - \pi \quad (4)$$

$$KGF : |C(j\omega_g)G(j\omega_g)| = 1 \quad (5)$$

İleri yoluna geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu konularak oluşturulan Şekil 1'deki birim geribeslemeli yapı referans model olarak kullanıldığında Şekil 2'de verilen kontrolör $C(s)$, (4) ve (5)'teki denklemlerle frekans bölgesi isteklerini karşılayacak şekilde tasarlanabilir. Öncelikle geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonundaki ölü zaman θ , sistem modelindeki ölü zaman L değerine eşit kabul edilir, sonrasında geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonunun ölü zamansız kısmı ($L_m(s)$) ve sistem modelinin ölü zamansız kısmı ($G_m(s)$) kullanılarak aşağıda verilen formül yardımıyla kontrolör tasarımı yapılır:

$$\underbrace{L_m(s)e^{-Ls}}_{L_d(s)} = C(s) \underbrace{G_m(s)e^{-Ls}}_{G(s)} \Rightarrow C(s) = L_m(s)G_m^{-1}(s) \quad (6)$$

Bu çalışmada sistem modeli olarak aşağıda transfer fonksiyonu verilen ikinci mertebeye ölü zamanlı tamsayı modelin kesirli mertebeye eşdeğeri kullanılacaktır:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^\beta + 2\zeta\omega_n s^\alpha + \omega_n^2} e^{-Ls} \quad (7)$$

Burada K, ω_n, ζ model parametrelerini, L modelin ölü zamanını, α, β modelin kesirli mertebelerini göstermektedir.

Denklem (6) yardımıyla, kontrolör kolayca tasarlanmıştır ve elde edilen bu kontrolör filtrelili kesirli mertebeye PID formunda aşağıdaki gibi düzenlenmiştir:

$$C(s) = s^{\alpha-\gamma} \frac{2K_d\zeta}{K\omega_n} \left(1 + \frac{\omega_n}{2\zeta s^\alpha} + \frac{s^{\beta-\alpha}}{2\zeta\omega_n}\right) \quad (8)$$

Sistem modeli elde edildikten sonra referans model parametrelerinin, yani K_d ve γ değerlerinin frekans bölgesi isteklerini karşılayacak şekilde bulunması gereklidir. Bu amaçla, geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonunun frekans cevabı aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$L_d(j\omega) = \frac{K_d}{(j\omega)^\gamma} e^{-j\omega\theta} = \frac{K_d}{(\omega)^\gamma} e^{-j(\omega\theta + \frac{\gamma\pi}{2})} \quad (9)$$

Geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonunun kazanç ve faz fonksiyonları ise aşağıdaki şekilde bulunur:

$$|L_d(j\omega)| = \frac{K_d}{(\omega)^\gamma}, \quad \angle L_d(j\omega) = -\omega\theta - \frac{\gamma\pi}{2} \quad (10)$$

Referans model parametreleri K_d , γ , (4) ve (5)'teki denklemlerde verilen frekans bölgesi isterlerine bağlı olarak iki doğrusal olmayan denklemle aşağıdaki gibi ifade edilir [8]:

$$\gamma = \frac{\pi - \phi_m - \omega_g\theta}{\pi/2}, \quad K_d = \omega_g^\gamma \quad (11)$$

2.3. Zaman Bölgesi Kriterleri Göre Frekans Bölgesi İsterleri Seçim Stratejisi

Kesirli mertebeye kontrolör tasarımlarının pek çoğu frekans bölgesi isterlerinin seçimine bağlıdır. Fakat bu isterler zaman bölgesi kriterleriyle ilgili doğrudan bilgi vermezler. Bu sebeple frekans bölgesi isterleri zaman bölgesi isterleri de düşünülerek belirlenebilir. Bu amaçla aşağıda verilen üç zaman bölgesi kriteri, toplam karesel hatası (TKH), toplam zaman karesel hatası (TZKH) ve toplam mutlak hatası (TMH) kriterleri kullanılacaktır. $e(t)$, referans işareti $r(t)$ ve çıkış işaretinin $y(t)$ arasındaki hata işaretini belirtmek üzere bu kriterler aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$TKH = \int_{t=0}^{t=\infty} e^2(t) dt \quad (12a)$$

$$TZKH = \int_{t=0}^{t=\infty} te^2(t) dt \quad (12b)$$

$$TMH = \int_{t=0}^{t=\infty} |e(t)| dt \quad (12c)$$

Bu zaman bölgesi kriterleri bir önceki bölümde verilen frekans bölgesi isterlerini belirlemek için kullanılacaktır. Bu bağlamda geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu kullanılacaktır.

Bir önceki bölümde verilen tasarım adımlarında geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonundaki ölü zaman θ değerinin sistem modelindeki ölü zaman değerine eşit olacağından bahsedilmişti. Bu değer değiştirilemeyeceği için geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonun geriye kalan iki parametresi K_d , γ bu üç zaman bölgesi kriteri kullanılarak bulunacaktır.

Öncelikle ölü zaman değeri θ , (0,5) aralığında 0.1 adım aralıklarla artırılacaktır. Sonrasında her bir ölü zaman değeri için geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu parametreleri K_d , γ Genetik algoritma yardımıyla Denklem (12)'de verilen her bir zaman bölgesi kriteri için bulunur. Bu optimal K_d , γ değerleri Şekil 3'te verilmiştir. Ayrıca bu şekillerde her bir zaman bölgesi kriteri için bulunan optimal γ and K_d değerlerine uydurulan fonksiyonlar da verilmiştir. Ölü zaman değerine bağlı Tablo 1'de verilen bu fonksiyonlar MATLAB araç kutusu yardımıyla bulunmuştur. Bu şekillere ve tabloya bakıldığında optimal kesirli mertebeye γ değerleri, ölü zaman θ değerinden etkilenmezken optimal kazanç K_d değerleri ölü zaman θ değeriyle ters orantılıdır. Tablo 1 ayrıca benzer şekilde MATLAB araç kutusu yardımıyla optimal performans değerleri için uydurulan fonksiyonları içermektedir. Optimal kazanç K_d değerlerinin aksine optimal performans değerleri ölü zaman değerleriyle ya doğrusal ya da karesel orantılı olduğu kolaylıkla gözlenebilir.

Geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonunun optimal model parametreleri γ ve K_d değerleri ve (11)'deki denklemler kullanılarak optimal FP ve KGF değerleri kolaylıkla hesaplanır. Şekil 3, elde edilen bu frekans bölgesi isterlerini referans modelin ölü zaman değerine θ göre verir. Şekillerden görüleceği gibi FP ölü zaman θ değerinden büyük ölçüde bağımsızken KGF optimal kazanç K_d değerinde olduğu gibi ölü zaman θ değeriyle ters orantılıdır. Ayrıca Tablo 1 frekans bölgesi isterleri için uydurulan fonksiyonları içermektedir.

2.4. Kontrolörün Gerçeklenmesi

Kesirli mertebeye operatörlerin gerçekleştirilmesi için sıklıkla Oustaloup filtresi yaklaşımı kullanılır. Bu filtre aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir:

$$s^\alpha = O(s^\alpha) = K' \prod_{k=1}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (13)$$

Burada $\alpha \in (0, 1)$, N , ω_l ve ω_h sırasıyla yaklaşımın kesirli mertebesini, filtrenin mertebesini, yaklaşımın geçerli olacağı alt ve üst frekans sınırlarını belirtir. Yaklaşımın kazancı K' , yaklaşımdaki kutuplar ω_k ve sıfırlar ω'_k aşağıdaki denklem yardımıyla bulunur:

$$K' = \omega_h^\alpha, \quad \omega'_k = \omega_l \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2k-1-\alpha}{2N}} \quad \omega_k = \omega_l \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2k-1+\alpha}{2N}}$$

Yaklaşımda seçilmesi gereken filtre mertebesi N , alt frekans ω_l ve üst frekans ω_h sırasıyla 11 and $[10^{-3}, 10^3]$ olarak seçilir [18].

3. Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde [3] nolu çalışmada verilen aşağıdaki yüksek mertebeden sistem kullanılacaktır:

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \quad (14)$$

[3] nolu çalışma bu yüksek mertebeden sistemi tam sayı ikinci mertebeye ölü zamanlı modelin kesirli mertebeye eşdeğeriyle aşağıdaki gibi modeller:

$$G(s) = \frac{0.42456}{s^{2.109} + 1.2157s^{1.015} + 0.42515} e^{-0.2694s} \quad (15)$$

Ayrıca tasarımda FP ve KGF sırasıyla 80 and 0.3 rad/s olarak seçilmiştir. Bu isterlere dayalı aşağıdaki kesirli mertebeye PID (KMPID) kontrolör tasarımı yapılmıştır:

$$C_{Das}(s) = 0.9116 + \frac{0.25526}{s^{1.1577}} + 0.2023s^{0.9973} \quad (16)$$

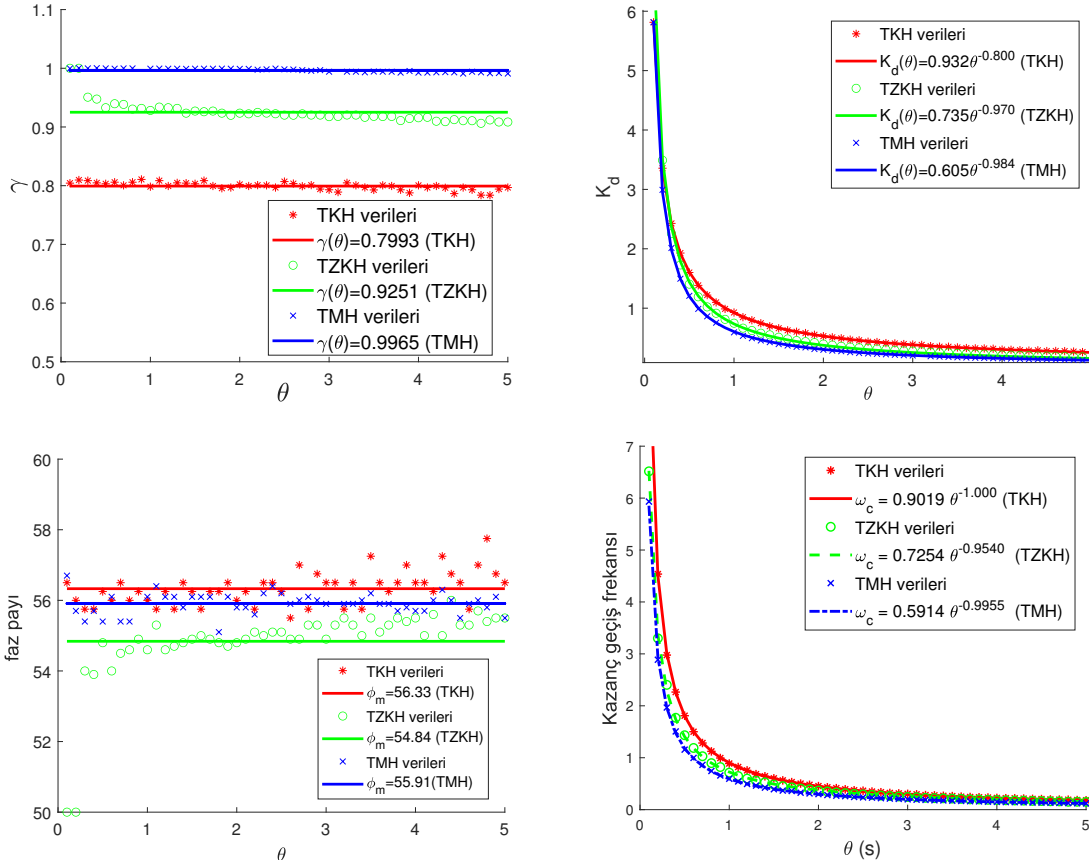
Ayrıca [3] nolu çalışma TKH, TZKH ve TMH kriterlerine göre aşağıdaki gibi üç ayrı KMPID tasarımı yapılmıştır:

$$C_{D_{TKH}}(s) = 2.6311 + \frac{0.6586}{s^{1.3116}} + 4.0297s^{0.6001} \quad (17)$$

$$C_{D_{TZKH}}(s) = 2.7093 + \frac{0.8476}{s^{0.9103}} + 1.4353s^{0.8497} \quad (18)$$

$$C_{D_{TMH}}(s) = 6.5139 + \frac{1.2006}{s^{1.1538}} + 5.1249s^{1.3201} \quad (19)$$

Bir önceki bölümde açıklandığı gibi bu çalışmada önerilen yöntemde, frekans bölgesi isterleri zaman bölgesi kriterleri



Şekil 3: Optimal γ , K_d , faz payı ve kazanç geçiş frekans değerleri (TKH (kırmızı), TZKH (yeşil) ve TMH(mavi))

Tablo 1: Optimal γ , K_d değerleri ve karşı düşen frekans bölgesi isterleri için uydurulan fonksiyonlar.

Performans kriterleri(PK)	$\gamma(\theta)$	$K_d(\theta)$	PK değerleri	FP	KGF
TKH	0.7993	$0.932\theta^{-0.800}$	1.370θ	56.33	$0.902\theta^{-1.000}$
TZKH	0.9251	$0.735\theta^{-0.970}$	$1.238\theta^{1.976}$	54.84	$0.725\theta^{-0.954}$
TMH	0.9965	$0.605\theta^{-0.984}$	2.102θ	55.91	$0.591\theta^{-0.995}$

göz önüne alınarak belirlenmiştir. Tablo 1'de verilen formüller yardımıyla bu isterler optimal TKH, TZKH ve TMH için sırasıyla (56.33, 3.3483 rad/s), (54.84, 2.5336 rad/s) and (55.91, 2.1794 rad/s) olarak belirlenir. Bu durumda optimal geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu parametreleri γ , K_d üç zaman bölgesi kriteri, TKH, TZKH ve TMH için sırasıyla (0.7993, 2.6613), (0.9251, 2.6230) and (0.9965, 2.1991) olarak hesaplanır. Önerilen üç optimal kontrolör denklem (8) yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

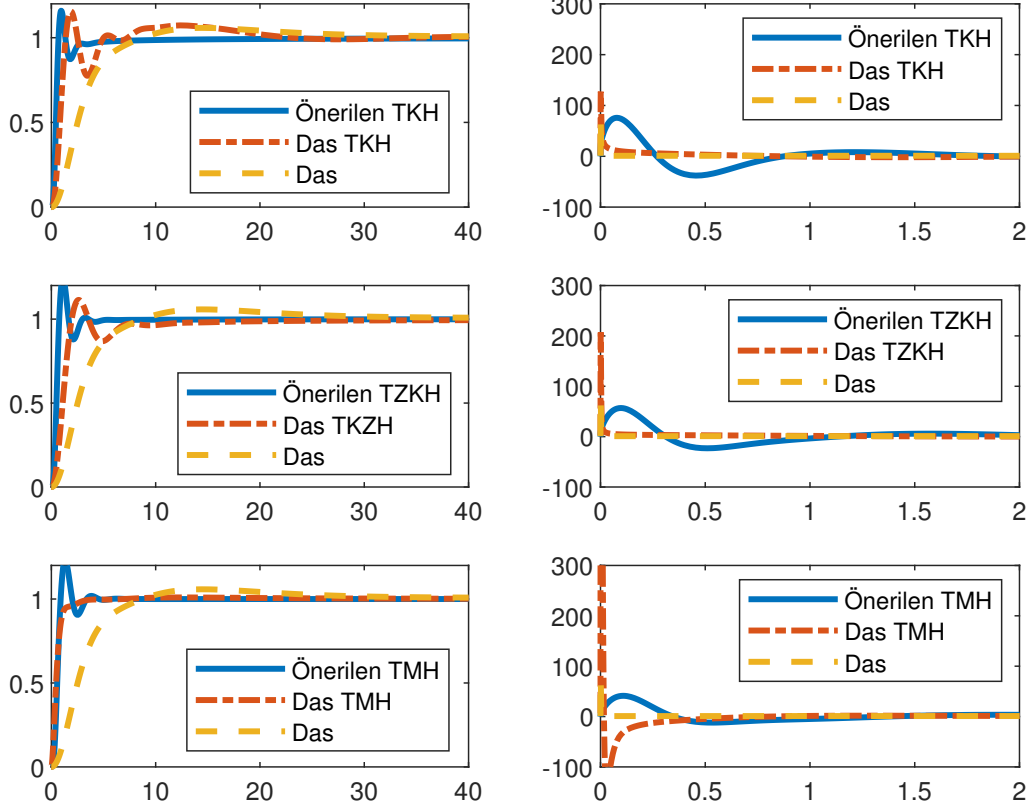
$$C_{P_TKH}(s) = 7.62s^{0.21} \left(1 + \frac{0.35}{s^{1.02}} + 0.82s^{1.09} \right) \quad (20)$$

$$C_{P_TZKH}(s) = 7.51s^{0.09} \left(1 + \frac{0.35}{s^{1.02}} + 0.82s^{1.09} \right) \quad (21)$$

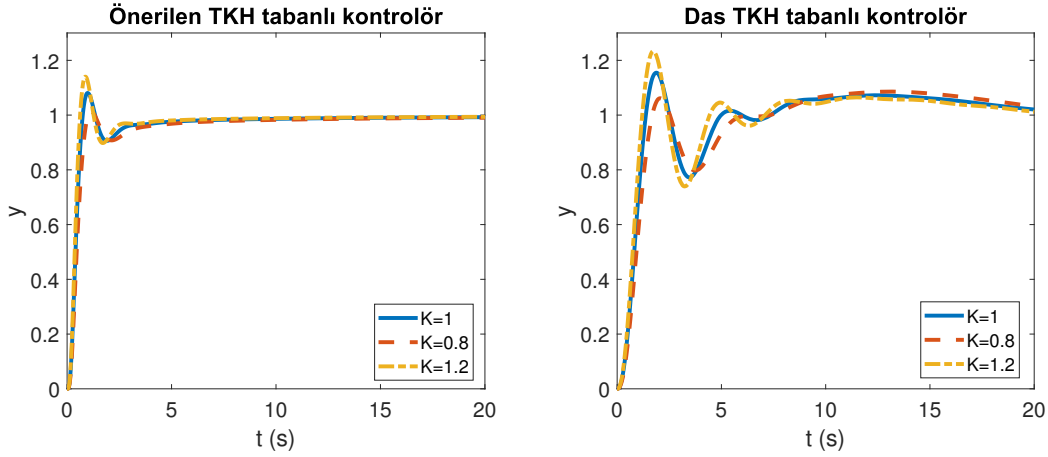
$$C_{P_TMH}(s) = 6.29s^{0.02} \left(1 + \frac{0.35}{s^{1.02}} + 0.82s^{1.09} \right) \quad (22)$$

(16)-(22)'de verilen kontrolörler kullanılarak tasarlanan tüm kontrol sistemlerinin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 4'de verilmiştir. Ayrıca bu kontrol sistemlerinin zaman bölgesi karakteristiklerinin sayısal değerleri Tablo

2'de verilmiştir. Tabloda önerilen optimal kontrolörlerin KTH, KZTH, KMH performans değerleri sırasıyla 0.3312, 0.1036 ve 0.7305 iken Tablo 1'deki formül kullanıldığında sırasıyla 0.3691, 0.0927 and 0.5663 olarak bulunan bu değerler gerçek değerlerine oldukça yakındır. Ayrıca Das frekans tabanlı kontrolörü zaman bölgesi kriterlerini dikkate almadığından üç performans kriteri KTH KZTH ve KMH için tatmin edici bir performans sergileyememiştir. Kontrol işareti diğer kontrolörlere kıyasla daha kabul edilebilir seviyede olmasına rağmen basamak yanıtı oldukça yavaştır. (20)-(22)'de verilen önerilen üç kontrolör, hem (15)'teki Das frekans tabanlı kontrolörlerden hem de (17)-(19)'daki Das zaman bölgesi tabanlı kontrolörlerden daha üstün gelmiştir. Karşı düşen kontrol işaretleri Das zaman bölgesi tabanlı kontrolörlerinkine kıyasla daha kabul edilebilir seviyededir. Daha detaylı incelendiğinde önerilen TKH ve TZKH tabanlı optimal kontrolörler oldukça daha hızlı yükselme ve yerleşme zaman değerlerine sahipken aşım değerleri birbirlerine yakındır. Öte yandan önerilen TMH tabanlı optimal kontrolör, Das TMH tabanlı optimal kontrolör ile neredeyse benzer performans göstermesine rağmen Das TMH tabanlı optimal



Şekil 4: Tüm kontrol sistemlerinin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri



Şekil 5: TKH tabanlı kontrolörler kullanılarak kazanç değişiminin sistem performansı üzerindeki etkisi

kontrolör bu performansa ulaşmak için daha yüksek kontrol işareti gerektirir.

Modelleme hataları durumu için de kontrolörlerin performansları incelenmelidir. Bu amaçla $P_1(s)$ sistemindeki $K = 1$ kazanç değeri, 20% oranında artırılıp azaltılmıştır. Önerilen TKH tabanlı kontrolör ve Das TKH tabanlı kontrolör kullanılarak elde edilen kontrol sisteminin yanıtları Şekil 5'de verilmiştir. Bu şekillerden Das TKH tabanlı kontrolörlerin kazanç değişiminden daha fazla etkilendiği gözlemlenmektedir.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada çeşitli frekans bölgesi isterleri kullanılarak zaman gecikmeli sistemler için optimal kesirli mertbe PID kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Bu frekans bölgesi isterleri faz payı ve kazanç geçiş frekans olarak seçilmiştir. Yöntemde geciktirilmiş Bode transfer fonksiyonu referans model kullanılmıştır. Frekans bölgesi isterleri referans model TKH, TZKH ve TMH performans ölçütlerine göre optimal olacak şekilde belirlenmiştir. Benzetim çalışmalarında önerilen yöntem benzer

Tablo 2: Tasarlanan tüm kontrol sistemlerinin zaman bölgesi performansları

Kontrolörler	TKH	TZKH	TMH	M_p	t_r	t_s
Das frekans tabanlı kontrolör	1.9553	3.1270	3.886	5.76%	5.6321	26.8991
Das TKH tabanlı kontrolör	0.7327	-	-	15.48%	1.2357	19.8190
Das TZKH tabanlı kontrolör	-	0.7252	-	11.36%	1.7390	13.7542
Das TMH tabanlı kontrolör	-	-	0.7688	0.94%	1.0284	2.6834
Önerilen TKH tabanlı kontrolör	0.3312	-	-	8.07%	0.6410	6.1150
Önerilen TZKH tabanlı kontrolör	-	0.1036	-	17.32%	0.6976	2.9095
Önerilen TMH tabanlı kontrolör	-	-	0.7305	17.86%	0.8301	3.2307

ölçütleri kullanan farklı bir yöntemle karşılaştırılmıştır. Zaman bölgesi kriterleri dikkate alınmadığı için Das frekans tabanlı kontrolör zaman bölgesi kriterleri açısından tatmin edici performans göstermemiştir. Zaman tanım bölgesi kriterlerini dikkate alan Das zaman bölgesi tabanlı kontrolörler bile önerilen optimal kontrolörlerden daha iyi performans sergileyememiştir. Diğer zaman bölgesi kriterleri açısından önerilen kontrolörler daha fazla aşım, daha hızlı yükselme ve yerleşme zamanı değerlerine sahiptir. Ayrıca önerilen kontrolörlerin kontrol işaretleleri uygun seviyededir. Kontrolörlerin dayanıklılığı incelendiğinde önerilen yöntemin diğer yöntemlere göre daha dayanıklı olduğu söylenebilir.

5. Kaynakça

- [1] S. Manabe, “The non-integer integral and its application to control systems,” *JIEE (Japanese Institute of Electrical Engineering) Journal*, vol. 6, no. 3/4, pp. 83–87, 1961.
- [2] R. Azarmi, M. Tavakoli-Kakhki, A. K. Sedigh, and A. Fatchi, “Analytical design of fractional order PID controllers based on the fractional set-point weighted structure: Case study in twin rotor helicopter,” *Mechatronics*, vol. 31, pp. 222–33, 2015.
- [3] S. Das, S. Saha, S. Das, and A. Gupta, “On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes,” *ISA Transactions*, vol. 50, no. 3, pp. 376–88, 2011.
- [4] Yuanlong Xie, Xiaolong Zhang, Wei Meng, Shiqi Zheng, Liquan Jiang, Jie Meng, and Shuting Wang, “Coupled fractional-order sliding mode control and obstacle avoidance of a four-wheeled steerable mobile robot,” *ISA transactions*, vol. 108, pp. 282–294, 2021.
- [5] WeiJia Zheng, Ying Luo, YangQuan Chen, and YouGuo Pi, “Fractional-order modeling of permanent magnet synchronous motor speed servo system,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, no. 9, pp. 2255–2280, 2016.
- [6] Cristina I Muresan and Robin De Keyser, “Revisiting ziegler–nichols. a fractional order approach,” *ISA Transactions*, 2022.
- [7] A Jegatheesh and C Agees Kumar, “Novel fuzzy fractional order PID controller for non linear interacting coupled spherical tank system for level process,” *Microprocessors and Microsystems*, vol. 72, pp. 102948, 2020.
- [8] E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin, “Analytical fractional PID controller design based on bodes ideal transfer function plus time delay,” *ISA transactions*, 2019.
- [9] Roohallah Azarmi, Mahsan Tavakoli-Kakhki, Alireza Fatchi, and Ali Khaki Sedigh, “Robustness analysis and design of fractional order pid controllers using the small gain theorem,” *International Journal of Control*, vol. 93, no. 3, pp. 449–461, 2020.
- [10] M. Bettayeb and R. Mansouri, “Fractional IMC-PID-filter controllers design for non-integer order systems,” *Journal of Process Control*, vol. 24, pp. 261–71, 2014.
- [11] Sahaj Saxena and Shivanagouda Biradar, “Fractional-order imc controller for high-order system using reduced-order modelling via big-bang, big-crunch optimisation,” *International Journal of Systems Science*, vol. 53, no. 1, pp. 168–181, 2022.
- [12] Bouziane Keziz, Abdelbaki Djouambi, and Samir Ladaci, “A new fractional order controller tuning method based on bodes ideal transfer function,” *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 8, no. 3, pp. 932–942, 2020.
- [13] Weijia Zheng, Ying Luo, YangQuan Chen, and Xiaohong Wang, “Synthesis of fractional order robust controller based on bodes ideas,” *ISA transactions*, vol. 111, pp. 290–301, 2021.
- [14] Ubaid M Al-Saggaf, IM Mehedi, Rachid Mansouri, and Maamar Bettayeb, “State feedback with fractional integral control design based on the bodes ideal transfer function,” *International Journal of Systems Science*, vol. 47, no. 1, pp. 149–161, 2016.
- [15] Shaival Hemant Nagarsheth and Shambhu Nath Sharma, “Control of non-minimum phase systems with dead time: a fractional system viewpoint,” *International Journal of Systems Science*, vol. 51, no. 11, pp. 1905–1928, 2020.
- [16] Erhan Yumuk, Müjde Güzelkaya, and İbrahim Eksin, “Fractional-order pid controller design via optimal selection strategy of frequency domain specifications,” *International Journal of Systems Science*, pp. 1–14, 2023.
- [17] H. W. Bode, *Network analysis and feedback amplifier design*, D. Van Nostrand Company, 1945.
- [18] Aleksei Tepljakov, “Fomcon: fractional-order modeling and control toolbox,” in *Fractional-order modeling and control of dynamic systems*, pp. 107–129. Springer, 2017.